

## Probabilités et Statistiques

### LICENCE L3

#### Feuille d'exercices n°1 : Modèles aléatoires

**Exercice 1** Dans une fabrique de processeurs, on prélève toutes les heures les 3 derniers processeurs produits qui sont classés en deux catégories : fonctionnels ou défectueux. On pose

$$A = \{\text{le premier processeur est défectueux}\}, \quad B = \{\text{le second processeur est défectueux}\},$$

$$C = \{\text{le troisième processeur est défectueux}\}.$$

Exprimer à l'aide des évènements  $A$ ,  $B$  et  $C$  les évènements suivants :

$$D = \{\text{tous les processeurs sont défectueux}\}, \quad E = \{\text{les deux premiers processeurs sont défectueux}\},$$

$$F = \{\text{au moins un des processeurs est défectueux}\}, \quad G = \{\text{seul le troisième processeur est défectueux}\}$$

$$H = \{\text{un seul processeur est défectueux}\} \quad I = \{\text{aucun processeur est défectueux}\}.$$

**Exercice 2** On considère un système complet d'évènements  $A, B, C, D$  sur un univers  $\Omega$ . Lesquelles de ces données respectent les définitions des probabilités ?

1.  $\mathbb{P}(A) = 1/2, \mathbb{P}(B) = 1/3, \mathbb{P}(C) = 1/4, \mathbb{P}(D) = 1/5$ .
2.  $\mathbb{P}(A) = 1/2, \mathbb{P}(B) = 1/2, \mathbb{P}(C) = -1/4, \mathbb{P}(D) = 1/4$ .
3.  $\mathbb{P}(A) = 1/4, \mathbb{P}(B) = 1/4, \mathbb{P}(C) = 0, \mathbb{P}(D) = 1/2$ .

**Exercice 3** Un récepteur cellulaire présente trois sites  $A, B, C$ , de fixation d'un anticorps. Le site  $A$  a deux fois plus de chances d'être atteint par l'anticorps que le site  $B$ , et le site  $B$  a deux fois plus de chances que le site  $C$ . Exprimer les probabilités que l'anticorps atteigne le site  $A$ , le site  $B$  et le site  $C$ .

**Exercice 4** On a mené à Paris une étude sur les trois moyens de locomotion métro, voiture et vélib. Les conclusions sont les suivantes :

1. deux tiers des habitants utilisent parfois le métro pour se déplacer,
2. deux tiers utilisent parfois la voiture,
3. deux tiers utilisent parfois le vélib,
4. les trois quarts utilisent deux moyens différents,
5. personne n'utilise les trois.

Décrire la situation en notant chaque événement en jeu puis dessiner le diagramme ensembliste correspondant. Calculer la probabilité qu'un habitant tiré au hasard utilise un des trois moyens de locomotion cités. En déduire que les conclusions de l'étude sont fausses.

**Exercice 5** On pipe un dé de sorte que la probabilité du résultat obtenu quand on le jette soit proportionnel au résultat. On considère les évènements

$$A = \{\text{le résultat est un chiffre pair}\}, \quad B = \{\text{le résultat est un nombre premier}\}.$$

$$C = \{\text{le résultat est un chiffre impair}\}.$$

1. Préciser l'univers et donner la probabilité de chaque résultat possible.
2. Calculer  $\mathbb{P}(A)$ ,  $\mathbb{P}(B)$  et  $\mathbb{P}(C)$ .
3. Calculer la probabilité des évènements suivants :
  - (a) On obtient un nombre pair ou un nombre premier.
  - (b) On obtient un nombre premier impair.
  - (c) On obtient un nombre pair qui n'est pas un nombre premier.

**Exercice 6** Au tapis vert, il faut choisir 1 carte par couleur dans un jeu de 32 cartes. On appelle grille l'un des résultats possibles. Chaque grille est équiprobable.

Exemple de grille : as de coeur, 7 de carreau, 10 de trèfle, roi de pique.

1. Décrire l'univers et donner son cardinal.
2. Calculer les probabilités des évènements suivants :
  - (a)  $A = \{\text{la grille contient la dame de coeur}\}$  ;
  - (b)  $B = \{\text{la grille contient une dame et une seulement}\}$  ;
  - (c)  $D = \{\text{la grille ne contient aucune dame}\}$  ;
  - (d)  $E = \{\text{la grille contient au moins dame}\}$ .

**Exercice 7** Une entreprise veut imposer un nouveau système de nomenclature de fichiers électroniques. Dans un tel système, un identificateur de fichier se compose d'un nom et d'une extension reliés par un tiret. Un nom de fichier comporte de 1 à 5 caractères dont le premier est une lettre, les caractères suivant sont soit une lettre, soit un chiffre. Une extension comporte de 1 à 3 caractères qui sont des lettres. De façon à ne pas avoir des noms trop imprononçables on n'utilise que 20 lettres.

1. Combien de noms de fichiers différents peut-on avoir, sachant qu'on ne distingue pas majuscule et minuscule ?
2. Un fichier-programme est un fichier dont l'identificateur a une extension qui commence par la lettre **P**. Quelle est la proportion de fichiers-programmes dans ce système ?

**Exercice 8** Est-il plus probable d'avoir un six en lançant un dé 4 fois de suite ou un double six en lançant deux dés 24 fois de suite ?

**Exercice 9** Une société envoie ses factures hebdomadaires à 20 clients différents. A la suite d'un problème au niveau de la trieuse les adresses sont collées aléatoirement sur les enveloppes.

1. Décrire le modèle probaliste puis calculer la probabilité que M. Durand reçoive sa propre facture.
2. Calculer la probabilité que chaque clients reçoivent sa propre facture.

**Exercice 10** Dans une assemblée de  $n$  personnes, on note la date d'anniversaire de chacun.

1. Décrire l'univers et donner le cardinal de toutes les répartitions possibles.
2. Calculer la probabilité des évènements suivants :
  - (a) tous les participants ont la même date d'anniversaire.
  - (b) toutes les personnes ont des dates d'anniversaires différentes.
  - (c) deux personnes ont la même date d'anniversaire.

**Exercice 11** Un partiel de probabilité comporte 4 questions choisies au hasard parmi 60. Un étudiant n'en a étudié que 20. Quelle est la probabilité pour qu'il ait la moyenne à l'épreuve ?