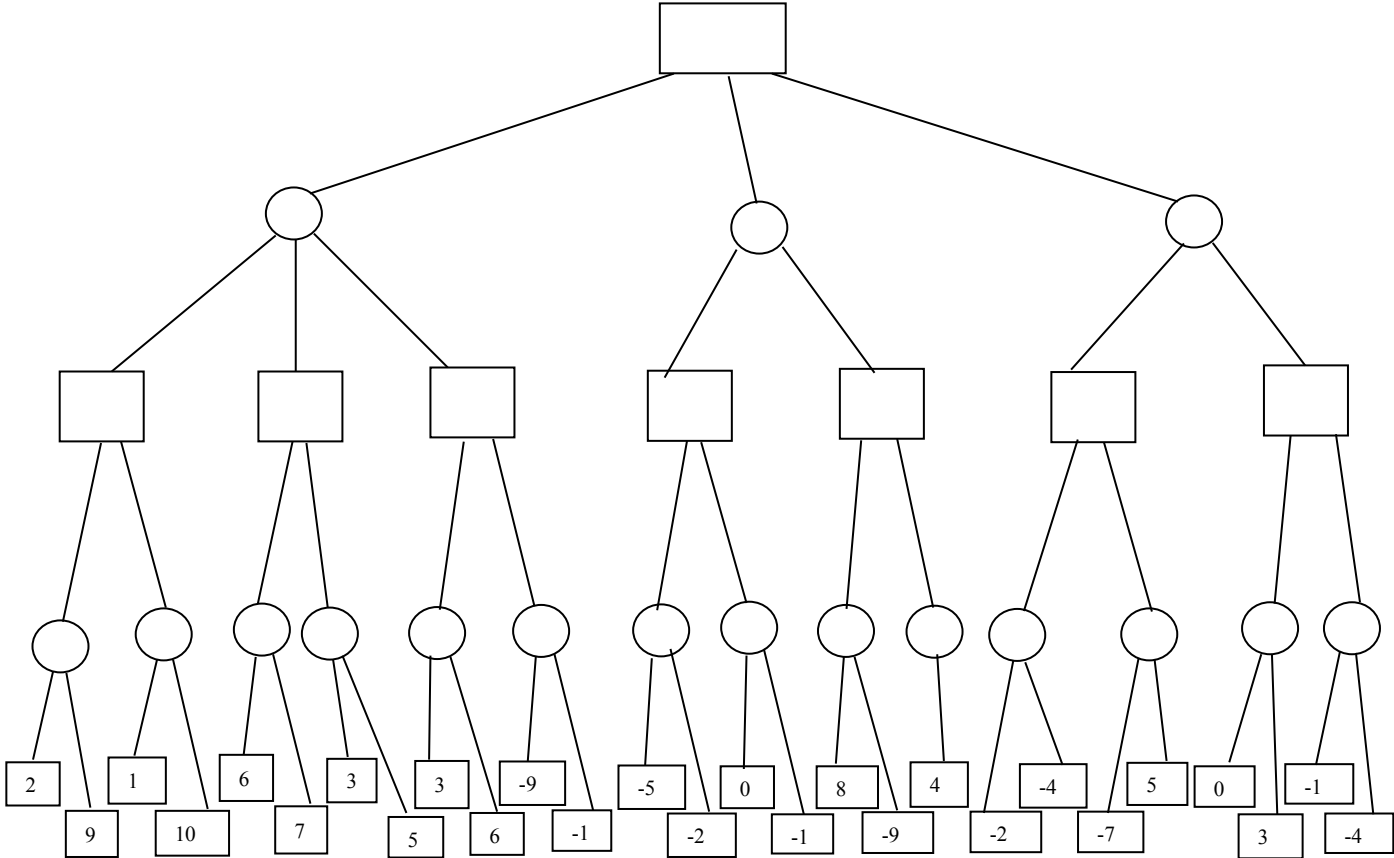
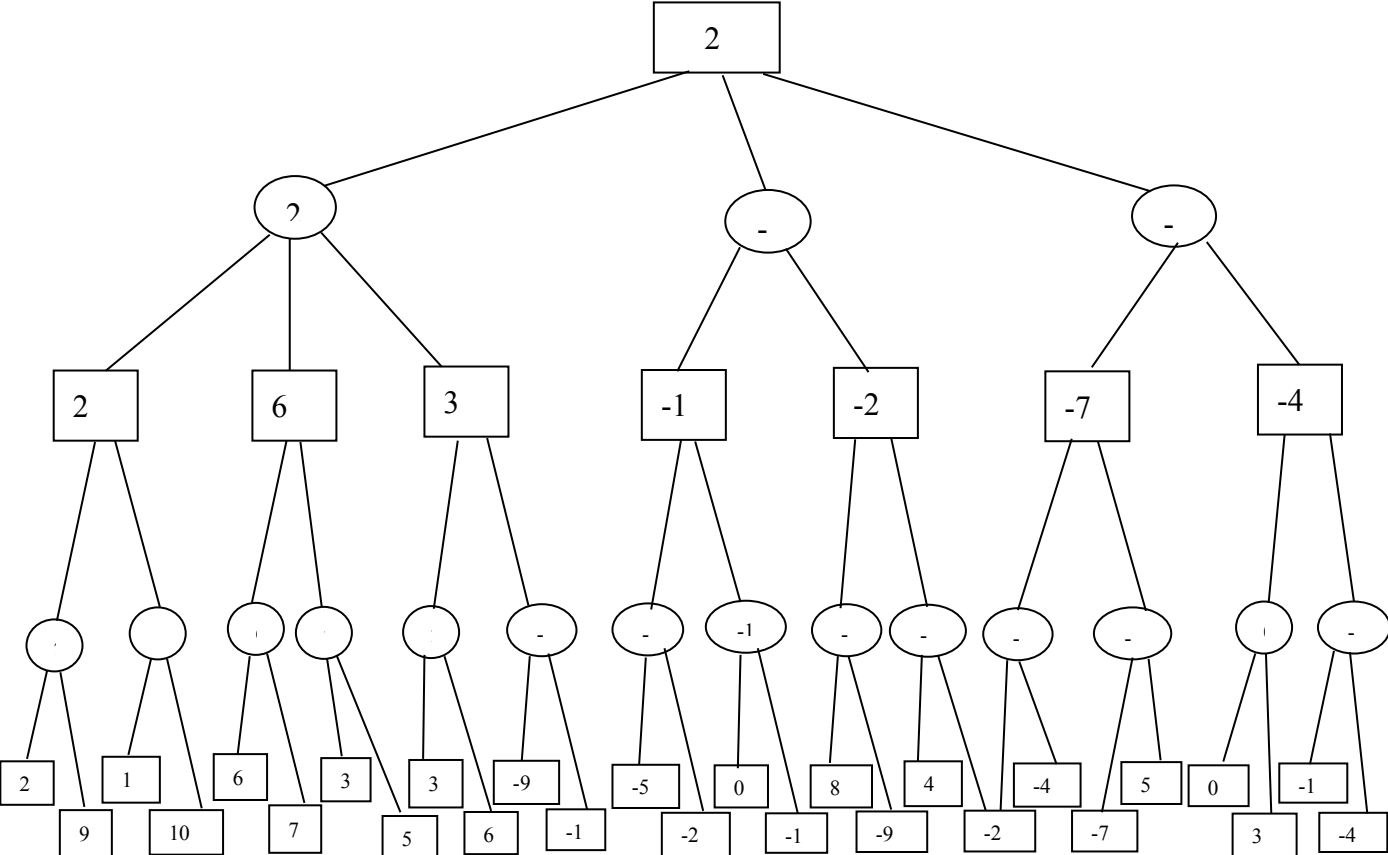


ARBRE DE DEPART



VALEURS MINI-MAX



Dans la description qui suit, nous utiliserons l'algorithme alphabeta sans négation. Donc, on a $\alpha < \beta$ partout. Pour être explicite, voici l'algorithme utilisé :

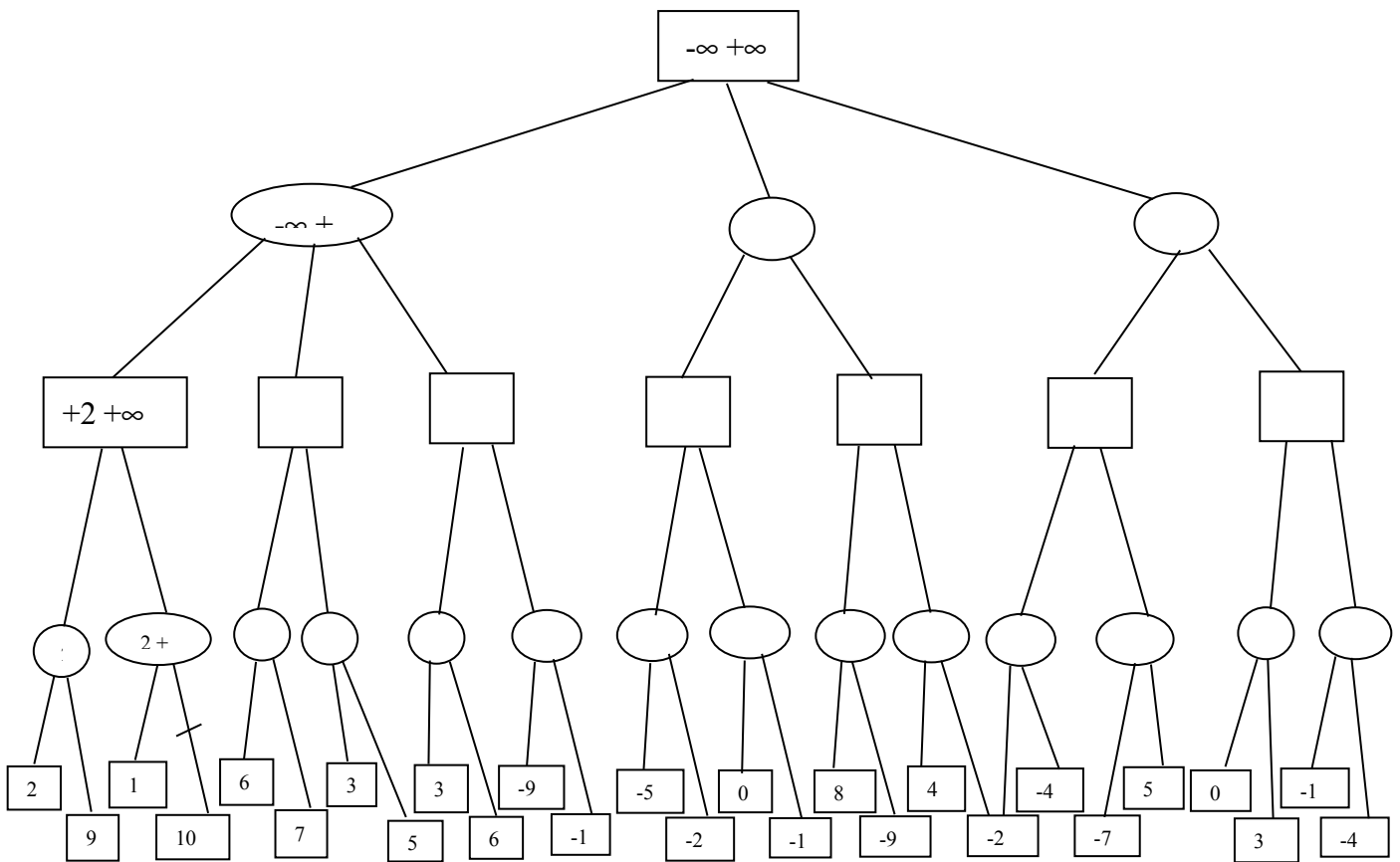
```
AlphaBeta(int depth, int alpha, int beta)
{
    if (depth == 0) return Evaluate();
    GenerateLegalMoves();
    if (MaxNode()) {
        while (MovesLeft()) {
            MakeNextMove();
            val = AlphaBeta(depth - 1, alpha, beta);
            UnmakeMove();
            if (val >= beta) return beta;
            if (val > alpha) alpha = val;
        }
        return alpha;
    }
    else if (MinNode()) {
        while (MovesLeft()) {
            MakeNextMove();
            val = AlphaBeta(depth - 1, alpha, beta);
            UnmakeMove();
            if (val <= alpha) return alpha;
            if (val < beta) beta = val;
        }
        return beta;
    }
}
```

Aux nœuds MAX, on cherche à maximiser α . Aux nœuds MIN, on cherche à minimiser β .

Aux nœuds MAX, α est la plus grande valeur que l'on a obtenue, soit par des explorations précédentes, soit par l'exploration du sous-arbre situé en dessous du nœud étudié. Aux nœuds MAX, β est la valeur que l'on est certain de ne pas dépasser lorsqu'on explore un nœud, parce que les explorations précédentes le prouvent. Pour MAX « dépasser » signifie « être plus grand que ».

Aux nœuds MIN, β est la plus petite valeur que l'on a obtenue, soit par des explorations précédentes, soit par l'exploration du sous-arbre situé en dessous du nœud étudié. Aux nœuds MIN, α est la valeur que l'on est certain de ne pas dépasser lorsqu'on explore un nœud, parce que les explorations précédentes le prouvent. Pour MIN « dépasser » signifie « être plus petit que ».

ALFA-BETA (1)

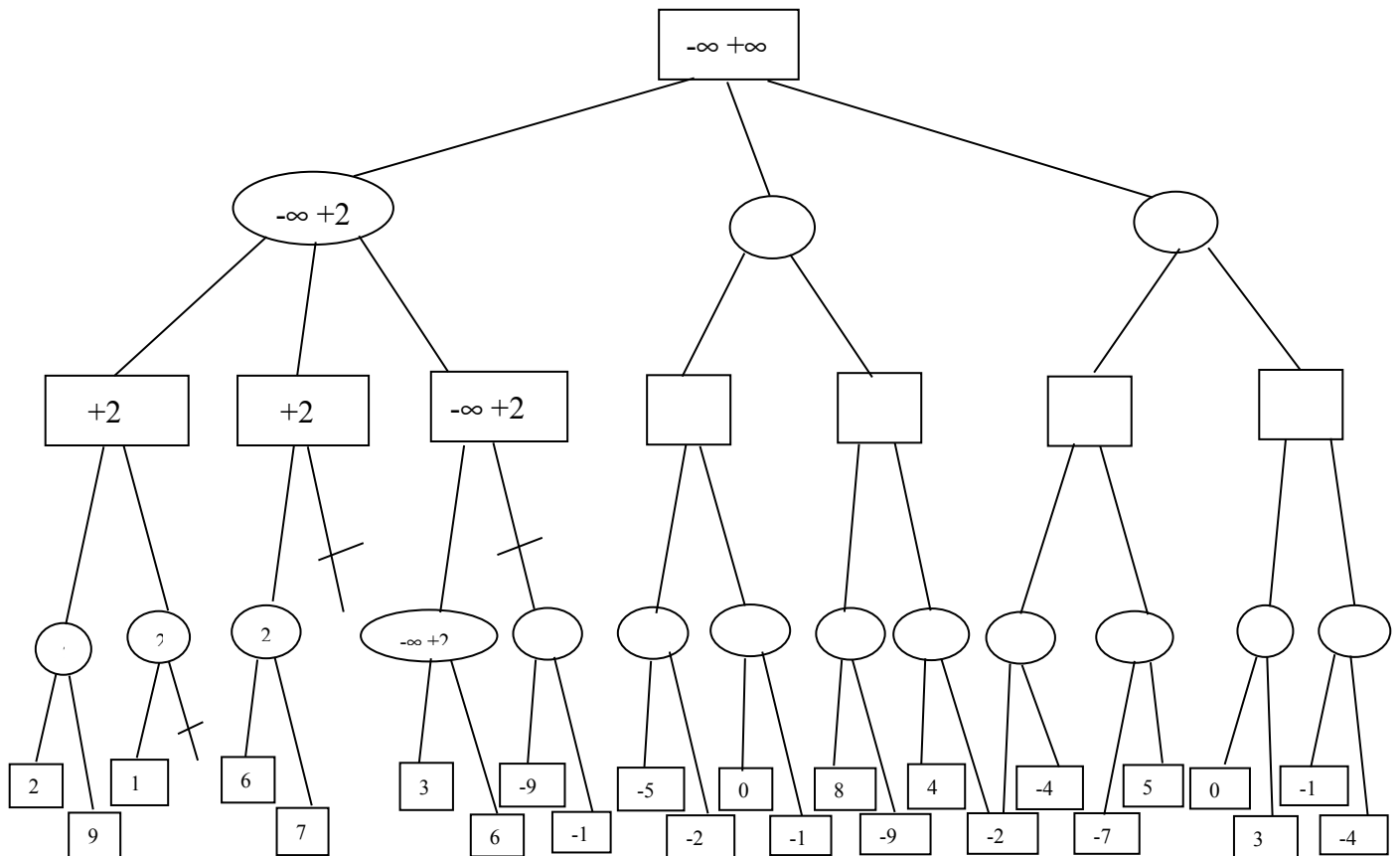


Les nœuds MAX sont représentés par des rectangles et les nœuds MIN par des ellipses ou cercles.

La figure représente l'arbre au moment où le 2^{ème} nœud de la profondeur 3 vient de connaître la valeur de son 1^{er} nœud fils à profondeur 4. Ce nœud est un nœud MIN. Pour ce nœud, on a $\alpha = 2$ et $\beta = +\infty$. La valeur retournée par le nœud fils est +1. On a $+1 \leq \alpha$, donc on retourne α c'est-à-dire 2, sans explorer le second fils. On a observé la première coupe.

Ensuite le premier nœud de la profondeur 2 connaît donc sa valeur : 2. Elle est retournée au premier nœud de la profondeur 1, pour lequel $\alpha=2$ et $\beta=-\infty$.

ALFA-BETA (3)



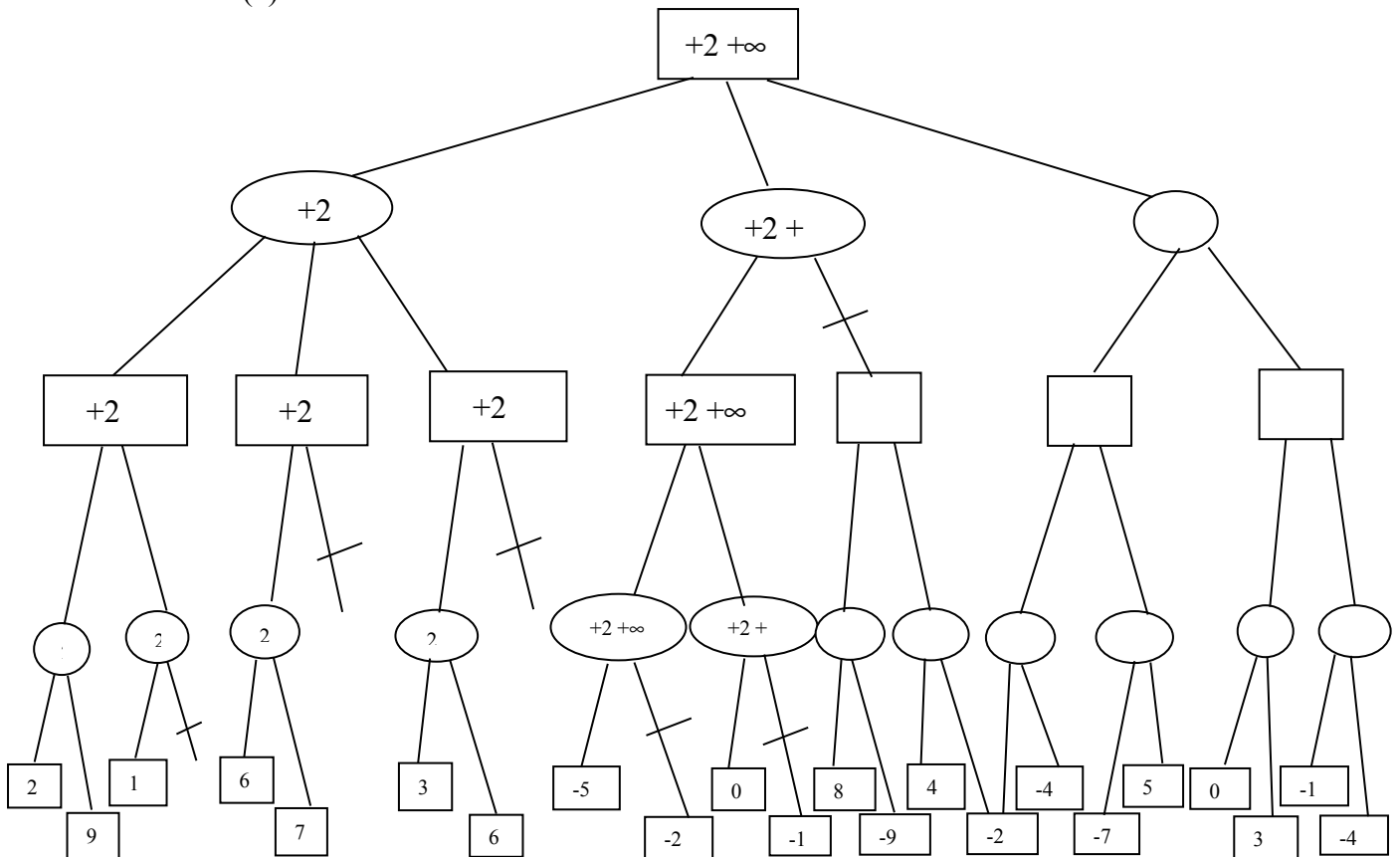
Le 3^{ème} nœud de la profondeur 2 est alors exploré avec $\alpha=-\infty$ et $\beta=+2$.

Le premier nœud de la profondeur 3 est exploré avec $\alpha=-\infty$ et $\beta=+2$. Le premier nœud évalué à profondeur 4 retourne +3 donc β reste le même. Le second nœud est évalué et vaut +6, donc $\beta = +2$ et la valeur du 1^{er} nœud de la profondeur 3 est +2.

Cette valeur est retournée au 2nd nœud de la profondeur 2. Pour ce nœud, cette valeur est à nouveau égale à β donc l'exploration de ce nœud s'arrête, on a une troisième coupe. Ce nœud retourne aussi 2.

Bien remarquer que de manière générale lorsqu'une coupe survient, la valeur alfabéta n'est pas égale à la valeur minimax mais égale à β pour un nœud MAX ou à α pour un nœud MIN. Pour ce nœud, on sait seulement que la valeur minimax est supérieure à β . On peut le vérifier en effet : la valeur minimax est 3 et $\beta=2$.

ALFA-BETA (4)



Le premier nœud de la profondeur 1 connaît alors sa valeur : +2. Elle est retournée au nœud racine qui a $\alpha=+2$ et $\beta=+\infty$.

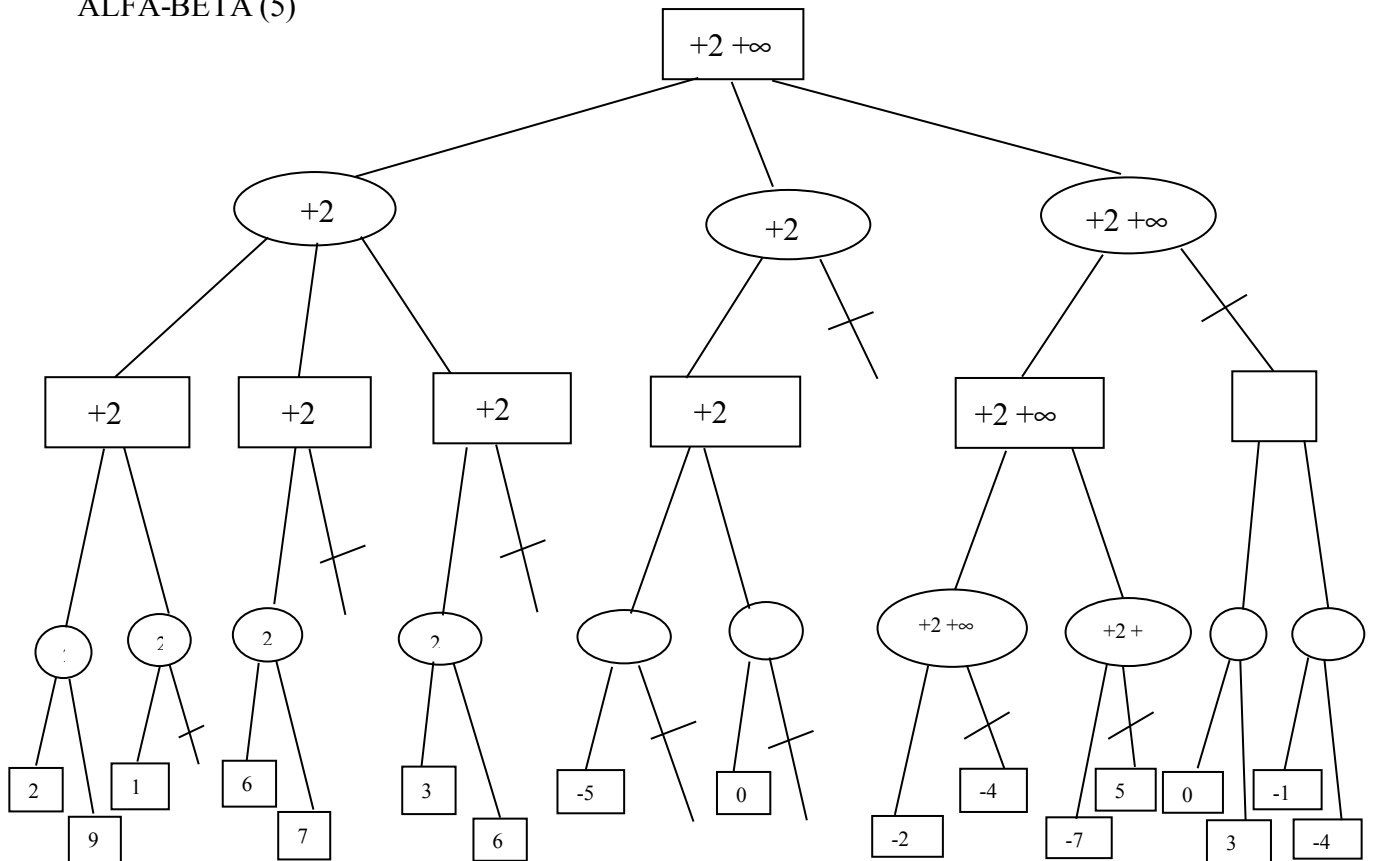
Le second nœud de la profondeur 1 est alors exploré avec $\alpha=+2$ et $\beta=+\infty$.

Idem pour le premier nœud de la profondeur 2 et pour le premier nœud de la profondeur 3. A profondeur 4, le premier fils retourne $-5 < \alpha$, donc une coupe se produit.

Il se passe la même chose pour le second nœud de la profondeur 3 : son deuxième fils est coupé.

Finalement le premier nœud fils de la profondeur 2 vaut 2. Cette valeur +2 est retournée au second fils de la profondeur 1 pour lequel $\alpha=+2$. Donc une nouvelle coupe se produit sous le second fils de la profondeur 1.

ALFA-BETA (5)



Il reste alors à explorer le troisième nœud MIN de la profondeur 1 avec $\alpha=+2$ et $\beta=+\infty$.

Le premier fils de la profondeur 2 est exploré avec $\alpha=+2$ et $\beta=+\infty$. Idem pour le premier nœud de la profondeur 3. A profondeur 4, le premier fils retourne $-2 < \alpha$, donc une coupe se produit. Il se passe la même chose pour le second nœud de la profondeur 3 : son deuxième fils est coupé.

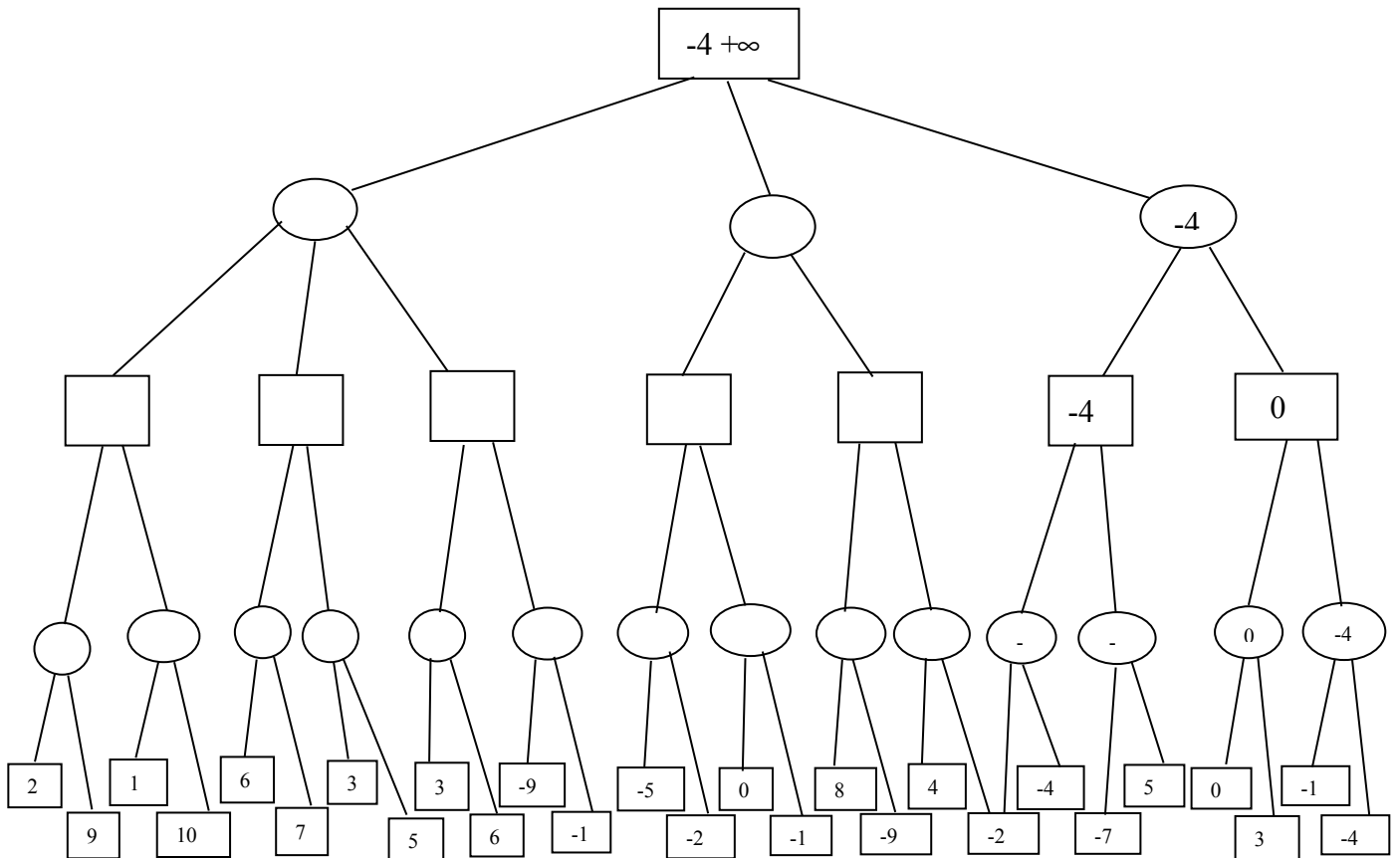
Donc le premier nœud fils de la profondeur 2 vaut 2. Cette valeur $+2$ est retournée au troisième fils de la profondeur 1 pour lequel $\alpha=+2$. Donc une nouvelle coupe se produit sous le troisième fils de la profondeur 1. Finalement, la valeur alfabéta de la racine est égale à 2.

Remarquer que la valeur alfabéta de la racine est égale à la valeur minimax de la racine, ce qui est la propriété attendue d'alfa-béta : calculer la valeur minimax correcte en effectuant moins d'opérations que minimax.

Remarquer que toutes les valeurs alfabéta des nœuds intérieurs de l'arbre exploré sont égales à $+2$. C'est parce que la variante principale a été explorée en premier. Alfa-béta est très sensible à l'ordre d'évaluation des nœuds. Dans l'exemple, 9 coupes se sont produites et 11 nœuds terminaux ont été évalués.

Nous allons maintenant voir ce qui se passe si l'ordre de l'exploration des nœuds est différent, par exemple de droite à gauche sur notre exemple, au lieu de gauche à droite.

ALFABETA DROITE GAUCHE (1)

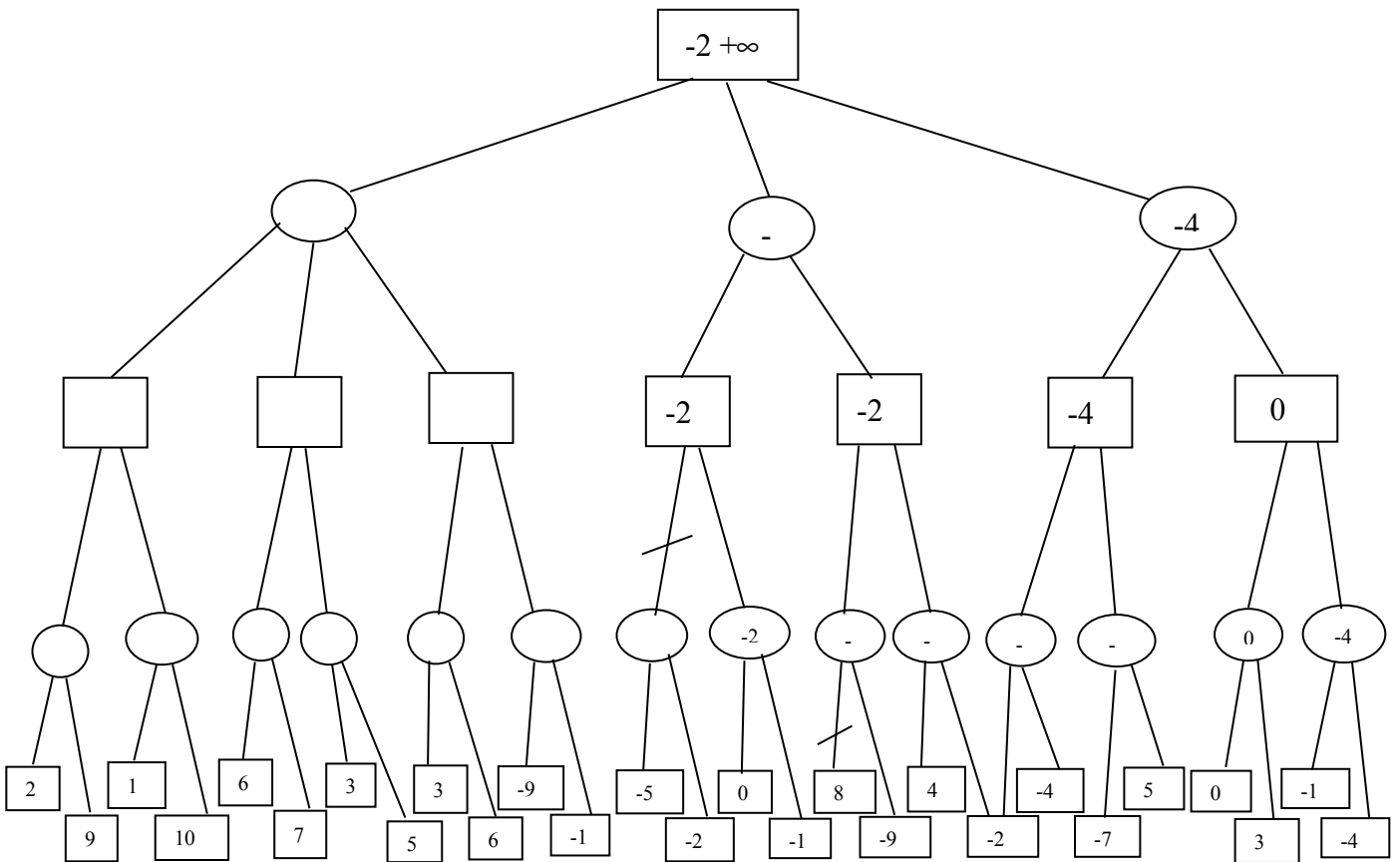


Cette fois, on suppose que l'on part de la droite. La fenêtre $[-\infty, +\infty]$ descend jusqu'au premier nœud à évaluer. Celui-ci retourne -4 , donc la fenêtre alfabéta devient $[-\infty, -4]$ pour le premier nœud de la profondeur 3, qui retourne -4 au premier nœud de la profondeur 2. Ce nœud a donc la fenêtre alfabéta $[-4, +\infty]$ qui est transmise au second nœud de la profondeur 3. Son premier fils à profondeur 4 retourne 3 donc $\beta=3$. Puis le second fils à profondeur 4 retourne 0 donc $\beta=0$, valeur retournée vers le nœud à profondeur 2.

La valeur alfabéta du premier nœud de la profondeur 2 est 0 . La fenêtre alfabéta du premier nœud de la profondeur 1 est $[-\infty, 0]$. Cette fenêtre est transmise jusqu'à la profondeur 3 qui évalue le nœud de la profondeur 4 et trouve $5 > \beta$, donc on a toujours $\beta=0$. Puis on évalue le nœud suivant : -7 donc $\beta=-7$. Cette valeur est retournée à la profondeur 2 qui a la fenêtre $[-7, 0]$.

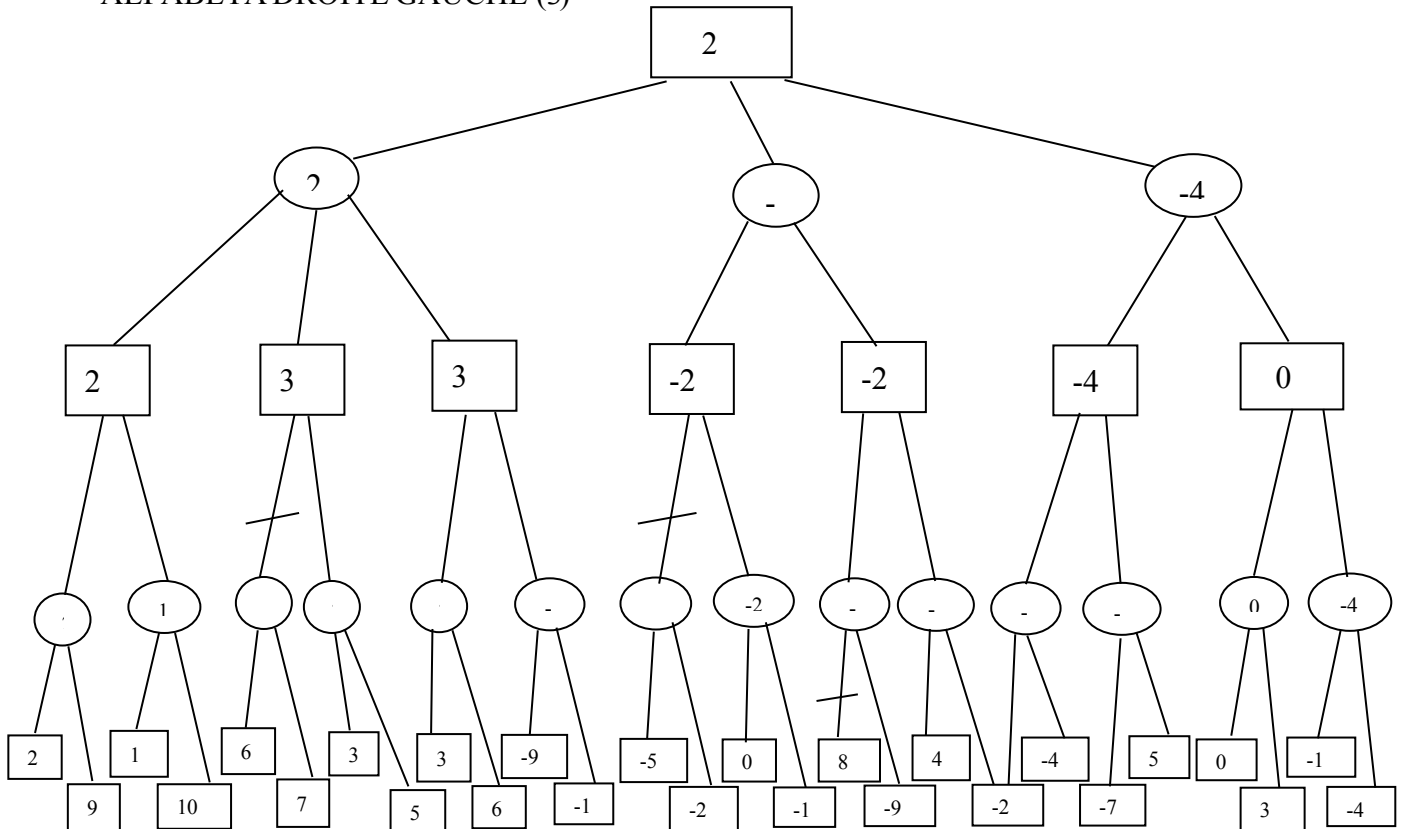
Ensuite on trouve que le nœud MIN de la profondeur 3 vaut -4 . Donc que le second nœud de la profondeur 2 vaut -4 . Donc le premier nœud de la profondeur 2 vaut -4 et sa fenêtre est $[-\infty, -4]$. Jusque là aucune coupe ne s'est produite. A la racine, après exploration du premier nœud de la profondeur 1, la fenêtre est $[-4, +\infty]$.

ALFABETA DROITE GAUCHE (2)



Maintenant, l'algorithme explore le second nœud de la profondeur 1. La fenêtre de la racine vaut $[-4, +\infty]$ est transmise vers le bas. Le premier nœud de la profondeur 4 retourne -2 , et le second retourne 4 , ce qui n'améliore pas β , donc -2 est retourné à la profondeur 2 qui a la fenêtre $[-2, +\infty]$. Celle-ci est transmise à la profondeur 3. Le nœud de la profondeur 4 retourne $-9 \leq \alpha$. Donc une première coupe se produit. -2 (valeur de α) est retourné à la profondeur 2, puis à la profondeur 1, qui a la fenêtre $[-4, -2]$. Cette fenêtre est transmise à la profondeur 4, le -1 et le 0 n'améliore pas β , donc -2 est retourné à la profondeur 2 où $\beta=2$, donc une deuxième coupe se produit. -2 est retourné à la profondeur 1 qui vaut -2 .

ALFABETA DROITE GAUCHE (3)



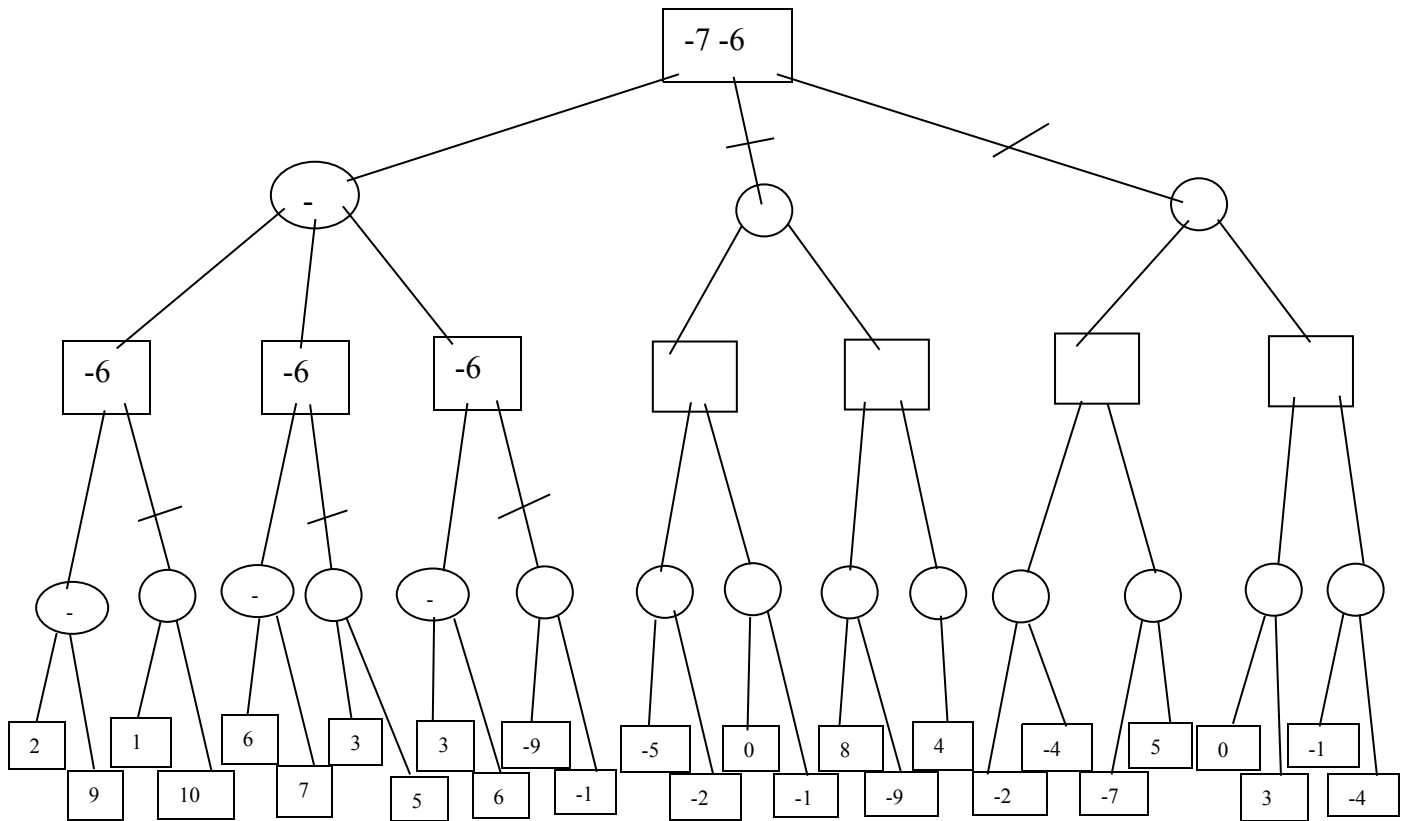
Le troisième nœud de la profondeur 1 est évalué avec la fenêtre $[-2, +\infty]$. On ne remarque pas de coupe après l'évaluation -1 . Après l'évaluation $-9 \leq \alpha$, une coupe se serait produite si d'autres nœuds avaient été engendrés, mais faute de nœuds, il n'y a pas de coupe effective. Le 1^{er} nœud de la profondeur 2 vaut 3, et après son exploration, la fenêtre du 3^{ème} nœud de la profondeur 1 est $[-2, 3]$.

Cette fenêtre est transmise au 1^{er} nœud de la profondeur 3. Les évaluations 5 et 3 ne donnent pas d'amélioration de β . Ce nœud retourne donc 3, égal à α , et une coupe se produit. Le 2^{ème} nœud de la profondeur 2 retourne 3. A profondeur 1, la fenêtre est $[-2, 3]$, transmise à la profondeur 3. La valeur 10 ne change rien mais la valeur 1 change β à profondeur 3. 1 est retourné vers la profondeur 2 qui a la fenêtre $[1, 3]$, descendue au dernier nœud de la profondeur 3. Le 9 ne change rien et le 2 change β à profondeur 3. 2 est retourné vers la profondeur 2, puis à la profondeur 1, puis à la racine.

Finalement la valeur minimax de la racine est 2 et le meilleur coup est le coup de gauche (on retrouve le résultat du parcours de gauche à droite). Cependant, en parcourant les nœuds de droite à gauche, on a observé 3 coupes seulement et l'algorithme a effectué 23 évaluations, (contre 9 coupes et 11 évaluations dans le sens gauche-droite).

La conclusion est que l'ordre des coups donnés *a priori* à l'algorithme est très important. Les coups issus du générateurs de coups ont généralement une « priorité » ou une « urgence », celle-ci sert à ordonner les coups du meilleur au pire, ce qui permet à alfabéta d'être plus efficace. Les priorités ou urgences sont généralement déterminées avec des connaissances dépendantes du jeu considéré.

ALFABETA AVEC FENETRE MINIMALE INFERIEURE



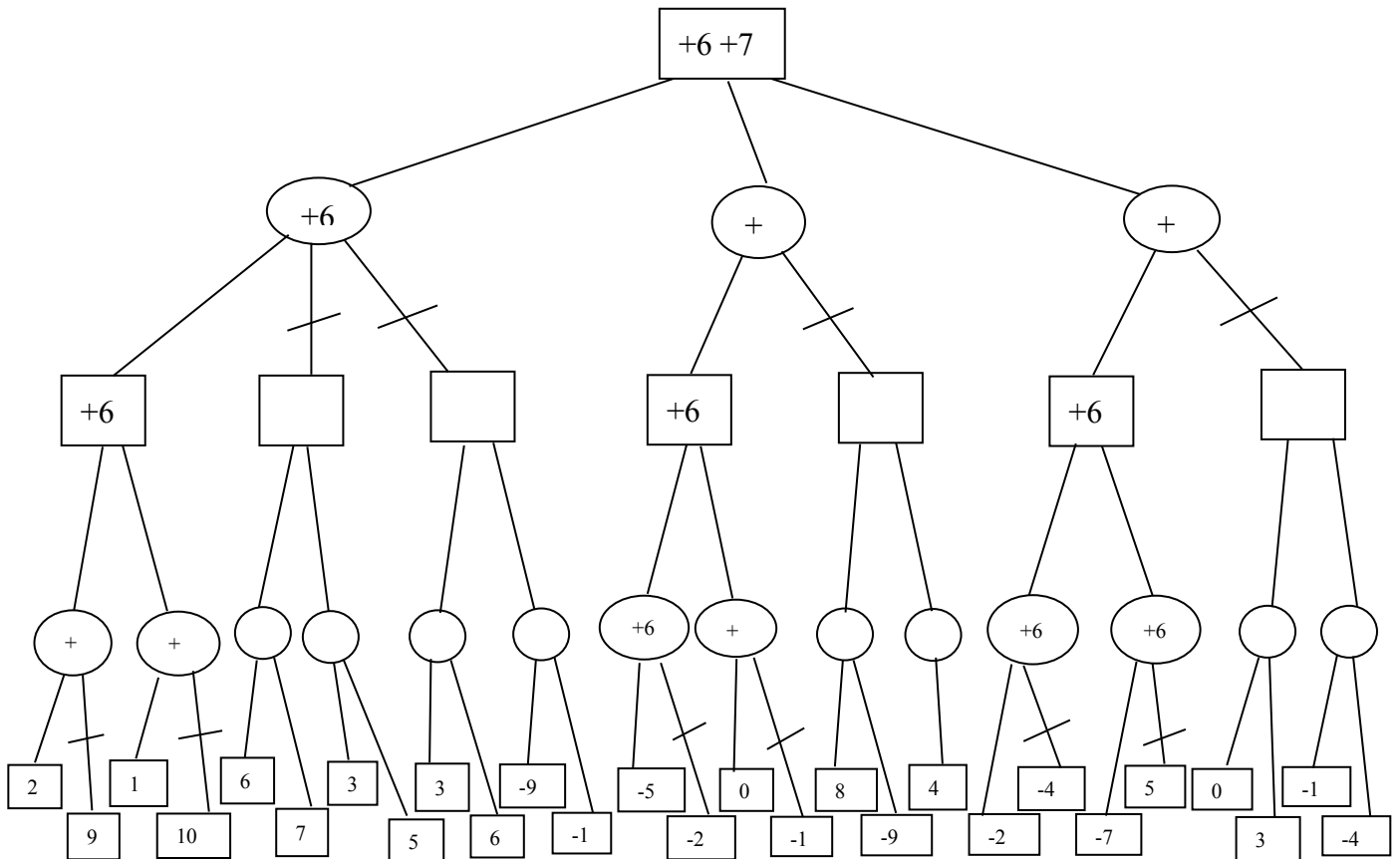
Dans cet exemple, on suppose que la fenêtre alfabéta est spécifiée à l'avance : elle vaut $[-7, -6]$.

Vérifier que vous trouvez les mêmes coupes que celles du dessin.

La valeur alfabéta à la racine est -6 , la valeur « haute » de la fenêtre alfabéta. D'après le cours, on sait alors que la valeur minimax est *supérieure* ou égale à -6 .

Les coupes auraient été identiques si la fenêtre de départ avait été $+1 +2$. La valeur alfabéta aurait été $+2$. On sait alors que la valeur minimax est supérieure ou égale à $+2$.

ALFABETA AVEC FENETRE MINIMALE SUPERIEURE



Dans cet exemple, on suppose que la fenêtre alfabéta vaut $[+6, +7]$. Vérifier que vous trouvez les mêmes coupes que celles du dessin.

La valeur alfabéta à la racine est $+6$, la valeur « basse » de la fenêtre. On sait alors que la valeur minimax est *inférieure* ou égale à $+6$.

Les coupes auraient été identiques si la fenêtre de départ avait été $+2 +3$. La valeur alfabéta aurait été $+2$. On sait alors que la valeur minimax de la racine est inférieure ou égale à $+2$.

En utilisant le résultat de la page précédente, on infère que la valeur minimax de la racine est égale à $+2$.

Effectuer des recherches avec fenêtres alfabéta de largeur minimale permet donc de trouver la valeur minimax de la racine. C'est le principe de l'algorithme MTD(f).