## *Table de transposition*

On considère le jeu de Clobber 6x6.

0) En supposant que chaque case peut être vide, noire ou blanche, combien y a-t-il de positions possibles ?

$\mathbf{3^{36} = 10^{18} = (10^3)^6 = 2^{60}}$

## Codage direct

1) a) En supposant que $3^2 \approx 10$ et que $10^3 \approx 2^{10}$, 64 bits suffisent-ils pour coder toutes les positions sans aucune collision entre deux positions?

**Oui car 64>60.**

Comment fait-on ? (On appellera A la fonction qui correspond à ce codage, et on appellera « clé » la valeur A(p) d'une position p).

**A une position, on associe son nombre en base 3.**

Utiliser les nombres de Zobrist est-il nécessaire pour cela ?

**Non.**

b) On utilise une table de transposition avec $2^{16}$=65536 entrées. On appelle $H_A(p)$ le « hashcode » d'une position p qui retient les bits de poids faibles de A(p). Combien de bits contient le hashcode ?

**16 bits.**

Peut-il y avoir deux positions p et p' telles que $H_A(p) = H_A(p')$ ?

**Oui.**

Donner un exemple d'un couple de positions de Clobber ayant le même hashcode.

**Il suffit que les 2 positions aient les 16 bits de poids faibles égaux. Donc, si les 10 premières cases des 2 positions sont identiques, étant donné que $3^{10} > 2^{16}$, cela suffit pour que les deux positions partagent le même hashcode.**

c) Pour lire une valeur dans la table, que doit-on faire lorsque une position possède le même hashcode que l'enregistrement lu dans la table ? La fonction A est-elle utile pour cela ?

**On doit comparer les clés des 2 positions. Oui A est utile. Si les clés sont égales, on peut utiliser la valeur de l'enregistrement. Si elles ne sont pas égales, on ne fait rien.**

d) Combien de positions filles sont issues de la position initiale du Clobber $P_0$ ?

**60.**

Au cours d'une recherche arborescente issue de $P_0$, combien de positions filles ont le même hashcode que $P_0$ ?

**41.**

La table est-elle utile ?

**Non la table n'est pas utile.**

Combien de bits doit-on prendre pour le hashcode si on veut que la probabilité de collision de hashcode soit proche de 0 ? Est-ce envisageable avec les ordinateurs actuels ?

**60 bits. Non une table de $2^{60}$ entrées seraient trop grande.**

## Codage avec nombres de Zobrist

2) a) On appelle Z la fonction qui, à une position p, associe son nombre de Zobrist Z(p).

Si on utilise un nombre de Zobrist sur 64 bits, quelle est la probabilité que Z(p) = Z(p') avec p != p' ?

**$1/2^{64}$**

Dans la suite, on utilise un nombre de Zobrist sur 32 bits, que devient cette probabilité ?

**$1/2^{32}$**

b) A nouveau, on utilise une table de transposition avec $2^{16}$ entrées. On appelle $H_Z(p)$ le « hashcode » d'une position p prenant les 16 bits de poids faibles de Z(p).

Quelle est la probabilité que $H_Z(p) = H_Z(p')$ ?

Pour lire une valeur dans la table, que doit-on faire lorsque $H_Z(p) = H_Z(p')$ ?

La fonction Z est-elle utile pour cela ?

**$1/2^{16}$. Même réponse que pour 1) c).**

c) Sur la position $P_0$, Blanc commence. On appelle C1 la case blanche origine du premier coup, C2 la case noire destination du premier coup et $P_1$ la position atteinte par ce coup. Les valeurs de $Z(P_0)$, Z(C1 vide), Z(C1 blanche), Z(C2 noire), Z(C2 blanche) sont connues.

Que vaut $Z(P_1)$ ?

**Z(P1) = $Z(P_0)$ XOR Z(C1 vide) XOR Z(C1 blanche) XOR Z(C2 noire) XOR Z(C2 blanche)**

Quelle est la probabilité que $H_Z(P_1) = H_Z(P_0)$ ? et que $Z(P_1) = Z(P_0)$ ?

**$1/2^{16}$. $1/2^{32}$.**

La table est-elle utile ?

**Oui.**

d) Sous forme résumée, donner les valeurs des probabilités de collision $P(H_A(p)=H_A(p'))$, $P(A(p)=A(p'))$, $P(H_Z(p)=H_Z(p'))$ et $P(Z(p)= Z(p'))$.

**$P( H_A(p)=H_A(p') ) >> \varepsilon > 0$**
**$P( A(p)=A(p') ) = 0$**
**$P( H_Z(p) = H_Z(p') ) = 1/2^{32}$**
**$P( Z(p) = Z(p') ) = 1/2^{64}$**

Conclure.

**Avec A, pas de collision de clé, mais collision de hashcode certaine, table de transposition inutile.**
**Avec Z, proba collision clé arbitrairement faible, proba collision hashcode arbitrairement faible, table de transposition utile.**