

Styles de vie

Dans une enquête portant sur la revalorisation du quartier Nippes de la ville de Cologne, on a recueilli les données suivantes :

		<i>g1</i>	<i>g2</i>	<i>g3</i>	<i>g4</i>	Total
Héritage	<i>i1</i>	37	51	54	25	167
Marché aux puces	<i>i2</i>	35	40	51	9	135
Grands magasins	<i>i3</i>	31	39	99	37	206
Construit par soi même	<i>i4</i>	38	58	60	8	164
Vendeur spécialisé	<i>i5</i>	56	21	107	126	310
Vente aux enchères	<i>i6</i>	4	1	9	5	19
Artisan	<i>i7</i>	12	3	17	17	49
Styliste	<i>i8</i>	15	3	7	3	28
Antiquaire	<i>i9</i>	22	15	40	17	94
Magasin de meubles	<i>i10</i>	76	75	205	145	501
		326	306	649	392	1673

Tableau -0.-1: les données

Source : J. Blasius, Gentrification und Lebensstile, Deutscher Universitäts-Verlag, Wiesbaden 1993.

Dans le tableau -0.-1, on trouve en lignes 10 modalités de la question “Acquisition du mobilier” et en colonnes 4 groupes d’enquêtés. Les “Aristocrates” (groupe *g1*) sont âgés de moins de 49 ans et de plus de 26 ans, vivent seuls ou à deux, avec au plus un enfant et ont un haut revenu. Les “Pionniers” (groupe *g2*) sont âgés de 18 et 35 ans, vivent à plusieurs (jusqu’à 6 personnes), ont au plus un enfant, un faible revenu et un haut niveau d’éducation. Les enquêtés de moins de 50 ans qui n’entrent pas dans l’un des deux groupes précédents sont dans la catégories “Autres” (groupe *g3*), enfin ceux de plus de 50 ans sont dans la catégorie Seniors (groupe *g4*).

PARTIE A

On a effectué l’analyse des correspondances du tableau ci-dessus. On donne les résultats suivants (Annexe 1, p. 7) :

- Tableau 2 : *tableau des coordonnées* des 10 modalités, concernant l’acquisition de mobilier, sur les axes 1 et 2.
- Tableau 3 : *tableau des contributions absolues* de ces 10 modalités pour les axes 1 et 2.
- Tableau 4 : *tableau des coordonnées* des 4 groupes sur les axes 1 et 2.

1. A partir du tableau des contributions absolues, calculer la variance du nuage projeté sur le 1er axe, sur le 2ème axe.

Sachant que le Φ^2 du tableau de contingence vaut 0.13277, calculer le pourcentage de variance du 1er axe? au 2ème axe?

2. Calculer le tableau des contributions absolues des 4 groupes pour les axes 1 et 2.
3. Pensez-vous que les données sont bien résumées par le 1er axe? Justifier votre réponse.
4. On se propose maintenant d'interpréter le premier axe.
 - a) Appliquer la méthode des contributions des points et des écarts pour interpréter le premier axe.
 - ◊ Pour deux modalités, de coordonnées y et y' , de poids p et p' , la contribution absolue de l'écart est donnée par la formule $\frac{pp'}{p+p'}(y - y')^2$
 - b) Effectuer, sur l'axe 1, la représentation simultanée des modalités retenues en (a) et des groupes retenus en (b).
 - c) Donner une interprétation "verbale" de l'axe 1.
5. Effectuer la représentation simultanée dans le plan 1-2. Donner une interprétation à vue de l'axe 2 .

PARTIE B

On a aussi effectué une classification ascendante hiérarchique des 10 modalités d'achat, en prenant la distance du Φ^2 et en agrégeant suivant la variance (Voir Annexe 2 p. 7).

1. Construire l'arbre hiérarchique.
2. Déterminer la partition en 3 classes. Enumérer les éléments des 3 classes et faire figurer les centres de classe sur le graphique de la représentation simultanée. Quelle est la part de variance du nuage due à cette partition?
3. Calculer le profil moyen des 3 classes.
4. Commenter brièvement l'ensemble les résultats.

Solution

PARTIE A

1. La variance du nuage projeté sur un axe (ou valeur propre) est égale à la somme des contributions absolues des points à cet axe. D'après le tableau 3 (p.7), on obtient : $\lambda_1 = 0.01068 + \dots + 0.00701 = 0.10675$, de même $\lambda_2 = 0.00004 + \dots + 0.00189 = 0.01857$. Le pourcentage de variance du au 1er axe est $0.10675/0.13277$, soit 80% ; celui dû au 2ème axe est $0.01857/0.13277$ soit 14%.

◊ Les deux nuages ont la même dimensionalité, elle est au plus égale à 3, l'un des nuages ne comportant que 4 points.

2. La contribution absolue d'un point à l'axe est, par définition, égale à son poids multiplié par le carré de sa coordonnée sur l'axe.

Exemple : le groupe g_1 pour poids 326/1673 (tableau 1, p. 1) et coordonnée sur l'axe 1 0.13958 (tableau 4, p. 7), d'où sa contribution (absolue) : $\frac{326}{1673}(0.13958)^2 = 0.00380$ etc. d'où le tableau des contributions :

	axe 1	axe 2
g_1	0.00380	0.01394
g_2	0.04514	0.00134
g_3	0.00001	0.00330
g_4	0.05782	0.00000

3. Bien que le premier axe prenne en compte 80% de la variance du nuage, on interprétera les deux premiers axes. En effet les contributions absolues des groupes g_1 et g_3 à l'axe 2 sont nettement supérieures à leurs contributions à l'axe 1. Ces 2 groupes sont donc mieux représentés par l'axe 2 que par l'axe 1.

De même, deux modalités d'«Acquisition de mobilier» (i_3 grands magasins et i_8 styliste) ont une contribution absolue au 2ème axe supérieure à celle du 1er axe.

- 4.a) Pour les modalités d'Acquisition du mobilier, la contribution moyenne au 1er axe est égale à $0.10675/10 = 0.010675$. Les modalités de contribution supérieure à la moyenne sont (cf. tableau 1-3, p. 7 : $\{i_1, i_2, i_4, i_5\}$). La contribution absolue de l'ensemble de ces 4 modalités au 1er axe est égale à $(0.01068 + 0.01670 + 0.03049 + 0.03625 = 0.09412)$, soit $0.09412/0.10675 = 88\%$ de la variance du 1er axe.

Les modalités $\{i_1, i_2, i_4\}$ ont des coordonnées positives, celle de i_5 est négative : l'axe 1 traduit donc une opposition entre i_5 (Vendeur spécialisé) et i_1 (Héritage), i_2 (Marché aux puces) et i_4 (Construit par soi-même). On évaluera donc la contribution de cette opposition.

Point moyen de $\{i_1, i_2, i_4\}$:

coordonnée (cf. tableau 1-2, p. 7) : $\frac{167 \times 0.327 + 135 \times 0.455 + 164 \times 0.558}{167 + 135 + 164} = 0.445$;

poids (cf. tableau -0.-1, p. 1) : $\frac{167+135+164}{1673} = 0.27854$.

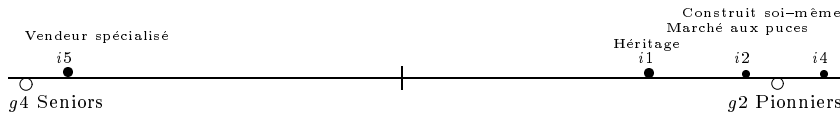
Contribution de l'écart entre ce point moyen et $i4$:

$$\frac{(0.445 - (-0.442))^2}{\frac{1673}{466} + \frac{1673}{310}} = 0.08755 \text{ soit } 82\% \text{ de la variance de l'axe 1.}$$

- b) Les groupes $g2$ et $g4$ ont une contribution à l'axe 1 supérieure à la contribution moyenne. Ces deux groupes contribuent ensemble à $(0.04514 + 0.05782)/0.10675 = 96\%$ de la variance de l'axe 1 ; on basera donc l'interprétation sur ces deux groupes.

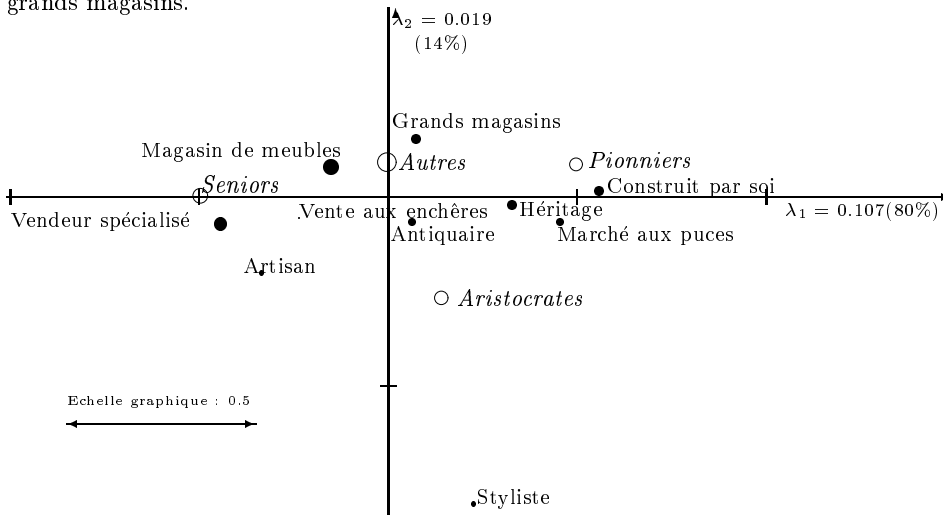
La contribution de l'écart entre ces deux groupes est égale à :

$$\frac{(0.49677 - (-0.49674))^2}{\frac{1673}{306} + \frac{1673}{392}} = 0.10139, \text{ soit } 95\% \text{ de la variance de l'axe 1.}$$



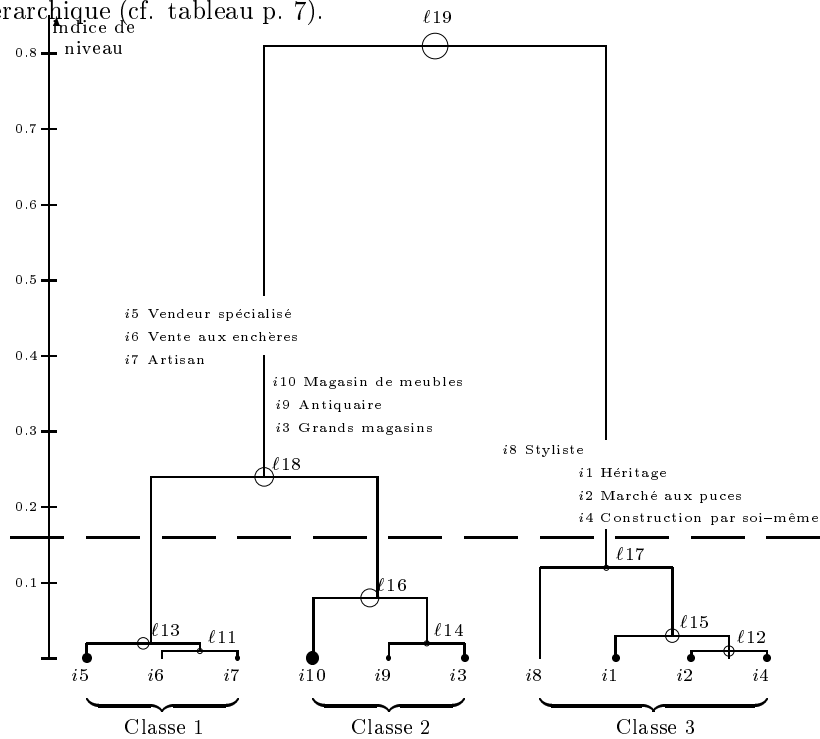
- c) L'axe 1 oppose les pionniers à faible revenu qui acquièrent leur mobilier par des sources peu coûteuses (héritage, marché aux puces, construction par eux-mêmes) aux Seniors qui achètent principalement leur mobilier auprès d'un vendeur spécialisé.

5. L'axe 2 oppose les Aristocrates qui acquièrent principalement leur mobilier auprès d'un styliste à ceux (Autres) qui l'achètent dans un magasin de meubles ou dans les grands magasins.



PARTIE B

1. Arbre hiérarchique (cf. tableau p. 7).



2. La partition en 3 classes est obtenue en coupant l'arbre hiérarchique entre les niveaux d'agrégation 0.12 et 0.24. D'où la partition en 3 classes suivante :

$$c1 = \{i5, i7, i6\}; c2 = \{i10, i9, i3\} \text{ et } c3 = \{i8, i1, i2, i4\}.$$

La part de variance due à cette partition est égale à $\delta_{\ell_{19}} + \delta_{\ell_{18}}$, soit $(0.081 + 0.024)/0.13277 = 79\%$ de la variance du nuage.

3. A partir du regroupement des lignes du tableau -0.-1 (p. 1), on obtient les profils des 3 classes et le profil moyen :

	<i>g1</i>	<i>g2</i>	<i>g3</i>	<i>g4</i>			<i>g1</i>	<i>g2</i>	<i>g3</i>	<i>g4</i>	
classe 1	72	25	133	148	378	classe 1	.19	.07	.35	.39	1
classe 2	129	129	344	199	801	classe 2	.16	.16	.43	.25	1
classe 3	125	152	172	45	494	classe 3	.25	.31	.35	.09	1
Total	326	306	649	392	1673	Moyenne	.19	.18	.39	.23	1

4. En étudiant ce tableau, et en comparant chaque profil au profil moyen, on voit que :

- la classe 1 (Vendeur spécialisé, Vente aux enchères, Artisan) correspond principalement au groupe *g4* (Seniors) ;
- le classe 2 (Grands magasins, Antiquaire, Magasins de meubles) correspond principalement au groupe *g3* (Autres) ;
- la classe 3 (Styliste, Héritage, Marché aux puces et Construit par soi-même) correspond principalement au groupe *g2* (Pionniers) et ensuite, à cause de la modalité Styliste au groupe *g1* (Aristocrates).

On retrouve ainsi les principaux résultats de l'analyse des correspondances.

ANNEXE 1 (logiciel EyeLID-2)

TABLE I -> V

	Axe 1	Axe 2
i1	0.327	-0.021
i2	0.455	-0.066
i3	0.073	0.153
i4	0.558	0.016
i5	-0.442	-0.070
i6	-0.236	-0.054
i7	-0.334	-0.200
i8	0.226	-0.813
i9	0.062	-0.067
i10	-0.153	0.079

Tableau 1-2

TABLE I CTA -> V

	Axe 1	Axe 2
i1	0.01068	0.00004
i2	0.01670	0.00035
i3	0.00065	0.00287
i4	0.03049	0.00002
i5	0.03625	0.00090
i6	0.00063	0.00003
i7	0.00327	0.00117
i8	0.00085	0.01105
i9	0.00022	0.00025
i10	0.00701	0.00189

Tableau 1-3

TABLE K ->V

	Axe 1	Axe 2
Aristocrates	& 0.13958	& -0.26745
Pionniers	& 0.49677	& 0.08560
Autres	& -0.00430	& 0.09216
Seniors	& -0.49674	& 0.00301

Tableau 1-4

ANNEXE 2 (logiciel ADDAD)

CLASSIFICATION ASCENDANTE HIERARCHIQUE (CAHVOR)
SOMME DES INDICES DE NIVEAU .13277E+00

```

-----
! J!I(J)!A(J)!B(J)!P(J)!DESCRIPTION DES CLASSES
-----
!19! 81! 18! 17! 10!
!18! 24! 13! 16! 6! i5 i7 i6 i10 i3 i9
!17! 12! 8! 15! 4! i8 i4 i2 i1
!16! 8! 10! 14! 3! i10 i3 i9
!15! 3! 12! 1! 3! i4 i2 i1
!14! 2! 3! 9! 2! i3 i9
!13! 2! 5! 11! 3! i5 i7 i6
!12! 1! 4! 2! 2! i4 i2
!11! 1! 7! 6! 2! i7 i6
-----

```

Tableau 1-5