

La "brochure verte" (Réf. 1976a) pourra servir de "document de base" pour l'usage du programme VAR3 ; ce texte sera complété utilement par des textes exposant des exemples d'application des programmes à des données réelles - Cf. notamment J.-M. Hoc, 1975 et B. et M.-P. Lecoutre, 1977.

CHAPITRE VII - PROLONGEMENTS RECENTS ET EN COURS : ANALYSE DESCRIPTIVE DES COMPARAISONS ET ANALYSE FIDUCIAIRE

Les prolongements récents et en cours, tant théoriques qu'informatiques, de l'analyse des comparaisons, se poursuivent principalement dans deux directions, dont le point de départ commun a été une remise en cause des tests de signification en tant que critère d'évaluation des effets. Il nous est en effet apparu de plus en plus clairement que, par rapport aux objectifs de nombreuses recherches expérimentales, le critère des tests de signification pouvait être parfois, dans un certain sens, "trop exigeant", et souvent, dans un autre sens, "trop peu exigeant".

Le critère des tests est parfois "trop exigeant", parce qu'il nécessite un modèle d'échantillonnage, et que dans certaines situations, la validité de ce modèle peut être sujette à caution (*) ; et pourtant, dans ces situations, des procédures simplement descriptives pourraient souvent apporter déjà des résultats dignes d'intérêt.

Mais le critère des tests est également "trop peu exigeant" lorsque, situation fréquente, la question essentielle qui se pose, à propos de l'effet examiné, est celle de l'importance de cet effet, et non pas de sa seule existence. Or, le test de signification répond à cette seule dernière question (même si c'est au niveau de la population) ; nous y reviendrons plus loin.

Analyse descriptive des comparaisons

La recherche d'un critère d'évaluation visant simplement à cerner l'importance descriptive d'un effet nous a conduits à développer l'analyse descriptive des comparaisons.

(*) même si, comme nous l'avons rappelé au chapitre 1er, les situations expérimentales dans leur ensemble apparaissent à cet égard comme relativement privilégiées.

- enfin, les comparaisons qui sont des composantes de la régression polynomiale sur un facteur F : "LIN F", "QUA F", "CUB F", etc. (comparaisons linéaire, quadratique, cubique, etc.).

Programmes VAR3 (univarié, inférentiel) et VAR4 (multidimensionnel, descriptif)

Ces programmes sont fondés sur la structure $S \langle G \rangle * T$, chacun des facteurs G et T devant lui-même être exprimé à partir des facteurs élémentaires, comme un facteur quasi-complet équilibré.

Deux modes de demandes d'analyse sont possibles avec ces programmes :

(1) Dans le mode d'entrées par demande de vecteurs, une demande d'analyse consiste dans la donnée, par l'utilisateur, d'une base de vecteurs-contrastes sur un facteur.

Ainsi, pour demander, à partir du protocole de groupe $S_{12} * A_2 * B_2 * C_3$, ou d'un protocole individuel $R \langle A_2 * B_2 * C_3 \rangle$, les analyses correspondant à l'une des comparaisons du tableau V, l'utilisateur pourra spécifier le facteur $A_2 * B_2 * C_3$ et écrire le ou les vecteurs-contrastes engendrant la comparaison.

Par exemple, en écrivant les vecteurs n° 1 et n° 2, l'utilisateur obtiendra l'analyse correspondant à la comparaison $B(c1 \ c2)$ (équipondérée) ; en écrivant (pour le protocole individuel du sujet s1) les vecteurs n° 1 (P) et n° 2 (P), il obtiendra l'analyse correspondant à $B(c1 \ c2)$ (pondérée).

- dans le mode d'entrée par formules, une demande d'analyse sera simplement une formule de comparaison ; celle-ci est interprétée par le programme qui se charge de construire lui-même la base de vecteurs-contrastes correspondante.

Ainsi, pour demander les analyses correspondant à l'une des comparaisons du tableau V, il suffira d'écrire la formule de cette comparaison (dernière colonne du tableau V).

L'extrême simplicité pratique du mode d'entrée par formules n'a pu être obtenue, on s'en doute, qu'au prix d'une élaboration considérable au niveau de la programmation, laquelle a été entièrement effectuée par M-O. Lebeaux (1).

(1) La réalisation matérielle du programme VAR3 a été rendue possible grâce à l'aide de la DGRST (ACC "Informatique et Sciences Humaines", contrats n°s 73-1672 et 75.7.0454).

Dans celle-ci, on ne retiendra, parmi les statistiques classiquement associées à un effet, que certaines d'entre elles, notamment l'inertie, et on envisagera, pour caractériser l'importance descriptive relative de l'effet examiné, des rapports d'inertie (et non plus de carrés moyens).

Mais du coup, il devient facilement accessible d'étendre la méthode d'une part à l'analyse des protocoles multidimensionnels (qui pourront être traités par le programme-machine VAR4), également à celle des distributions statistiques (distributions d'effectifs et notamment tableaux de contingence) (un programme-machine spécifique est en cours d'élaboration).

Lorsque on les applique à de telles données, l'analyse descriptive des comparaisons apparaîtra comme un intermédiaire entre les méthodes traditionnelles d'analyse des données expérimentales et celles utilisées par les "analystes de données" qui travaillent, dans la mouvance benzécriste, sur des données de simple observation. Notamment, l'introduction des "rapports d'inertie" pour évaluer l'importance d'un effet sera rapprochée des "contributions à l'inertie" d'une observation, d'un axe factoriel, etc. ; mais on gardera à l'esprit qu'en analyse des comparaisons la contribution d'un effet est définie à partir de facteurs qui appartiennent à la description du protocole, et dont le statut méthodologique est donc tout différent de celui des facteurs (ou "variables factorielles") issus d'une analyse, tels que composantes principales, facteurs obtenus après rotations, etc.

Un exemple d'application d'analyse descriptive des comparaisons sera esquissé au chapitre VIII du présent texte ; par ailleurs, dans un prochain numéro d'"Informatique et Sciences Humaines", nous nous proposons de présenter, sur des données déjà traitées par d'autres méthodes (les données de mobilité sociale de l'enquête de Glass), une illustration plus détaillée des méthodes d'analyse descriptive des comparaisons.

Remarque : Les méthodes d'analyse des comparaisons, aussi bien dans leurs développements théoriques que dans leurs aspects pratiques (programmes informatiques, notamment), ont été conçues, nous l'avons souligné, dans le contexte de l'expérimentation. Ce n'est que depuis peu que nous étudions l'adaptation de ces méthodes à l'analyse des données de simple observation, et un bilan des "transferts" les plus utiles serait à l'heure actuelle prématuré. Mais en tout état de cause, l'usage des procédures inférentielles (notamment, celles mises en oeuvre par le programme VAR3) ne devrait jamais être envisagé sans précaution hors du domaine de l'expérimentation, ou du

moins de celui de l'observation systématique, domaines dans lesquels :

(1) le plan du protocole (au sens où nous l'avons défini) est toujours un reflet du plan de recueil des données ; (2) des contraintes algébriques (de structure et d'équilibre) ont été expressément introduites dans le plan en vue d'accroître l'efficacité des méthodes d'analyse.

Analyse fiduciaire des comparaisons

L'analyse fiduciaire (ou fiducio-bayésienne) des comparaisons, consiste en des développements inférentiels, allant cette fois au-delà des tests de signification.

Le point de départ de ces travaux a été notre critique des tests de signification en général, et des tests F de l'analyse de variance en particulier, portant sur les insuffisances des conclusions permises par les tests. En effet, un test permet de se prononcer seulement sur l'existence (au niveau d'une population parente) de l'effet examiné. Cet effet sera plus ou moins bien établi selon que le résultat est plus ou moins significatif ; mais il n'implique aucune conclusion correspondante qui porterait sur l'importance (toujours au niveau de la population parente) de cet effet.

Reprenons, par exemple, les deux résultats suivants, obtenus au cours des analyses de groupe effectuées au chapitre 5 :

- pour l'effet B/A*c1, le résultat est très significatif ; il est donc bien établi que cet effet est différent de zéro (aussi petit que puisse d'ailleurs être l'écart) ; mais cela n'implique nullement la conclusion (toute autre) selon laquelle cet effet serait très différent de zéro ;

- inversement, pour l'effet A.B/C, le résultat est non-significatif, donc il n'est pas établi que l'effet est différent de zéro ; mais cela n'implique nullement la conclusion selon laquelle l'effet serait effectivement nul, ou même seulement proche de zéro.

Si l'on voulait paraphraser les formulations consacrées en langue anglaise mentionnées au chapitre V, p. 62, on pourrait dire à peu près ceci :

" $\left\{ \begin{array}{l} \text{A strong} \\ \text{No} \end{array} \right\}$ évidence of an effect is not evidence of $\left\{ \begin{array}{l} \text{a strong} \\ \text{no} \end{array} \right\}$ effect"

Or, dans l'expérience analysée ici, et qui à cet égard est tout à fait typique de bien des recherches expérimentales, on admettra difficilement que des conclusions sur l'importance des effets seraient "hors du champ" des objectifs de la recherche ; on est donc obligé de considérer que le test de signification constitue un instrument d'analyse insuffisant.

Il importe d'être bien au clair sur la portée des considérations précédentes. Elles n'excluent pas (comme nous allons le voir : au contraire) l'idée qu'on puisse éventuellement "prolonger" une conclusion d'existence d'un effet (résultat significatif) en une conclusion d'"effet notable", ou, à l'opposé, une non-conclusion d'existence (résultat non-significatif) en une conclusion d'"effet négligeable" ; ce qu'elles excluent expressément, c'est l'idée qu'un tel "prolongement" puisse être atteint à partir du test de signification.

Cette mise en garde n'a rien de bien original : tous les textes statistiques spécifient, notamment, qu'un résultat non-significatif n'est, en principe, qu'un constat d'ignorance, qu'il est souvent très risqué d'interpréter comme un résultat positivement favorable à l'hypothèse nulle.

Les utilisateurs conscients de ces mises en garde mais cependant désireux, parce que c'est l'usage, d'accompagner leurs conclusions de résultats à des tests de signification, usent souvent de formulations assez ambiguës, qui ne peuvent que dissimuler vis-à-vis des lecteurs peu vigilants, la déficience fondamentale que nous avons signalée ; mais alors, les malentendus les plus fâcheux peuvent s'ensuivre, non seulement parmi les expérimentalistes, mais aussi entre les expérimentalistes et ceux qui cherchent à tirer de leurs travaux des conclusions exploitables, et, faute d'une analyse correcte de la situation, en viendraient parfois à s'en prendre de façon injustifiée mais compréhensible à la méthode expérimentale elle-même.

Comment expliquer que pratiques aussi hasardeuses soient si répandues ? On peut avancer des raisons diverses, mais la plus profonde, certainement, tient à l'idée reçue particulièrement tenace selon laquelle le test de signification constituerait "le dernier mot" de la statistique ; cette idée, ancrée chez beaucoup d'utilisateurs, trouve un curieux écho chez certains "théoriciens" qui laissent entendre qu'après tout, malgré leurs déficiences "théoriques", les tests de signification sont sans doute "suffisants pour les besoins pratiques" (du moment que les "praticiens" les emploient !). Une idée reçue aussi pessimiste à l'égard des potentialités de l'instrument statistique, est passablement stérilisante ; on peut sans doute avancer que,

si ce n'était cette idée reçue, les expérimentalistes confrontés à des situations où apparaissent clairement les déficiences des tests exigeraient, de leurs "conseillers statistiques", des instruments d'analyse statistique leur permettant de prolonger les conclusions permises par les tests de signification, car il ne manque certes pas de théories qui, dans leur principe, sont susceptibles d'aller au-delà des tests de signification, voire de les remplacer. La difficulté en l'occurrence consiste plutôt d'abord à rechercher celles qui peuvent correspondre aux besoins les plus courants ensuite à en dériver des procédures praticables. Parmi les théories de rechange envisageables, nous avons progressivement été amenés à privilégier celles conçues dans la perspective qu'à la suite de Fisher, nous appelons "fiduciaire". Nous qualifions de fiduciaire toute procédure statistique permettant de construire, à partir des données expérimentales et du modèle d'échantillonnage, une distribution susceptible de représenter l'incertitude sur le paramètre, une fois les données recueillies, et abstraction faite, dans la mesure du possible et moyennant des conventions raisonnables, des informations ou opinions diverses étrangères à ces données.

En réalité, cette notion de "fiduciaire" est sensiblement plus large que celle de Fisher, car elle englobe notamment la conception "bayésienne objectiviste" de statisticiens tels que Jeffreys ; d'où l'appellation de "fiducio-bayésienne" que nous utilisons également (l'emploi du seul terme de "bayésien" serait trop vague, étant donnée la diversité des théories bayésiennes).

Techniquement, les méthodes fiduciaires sont extrêmement simples à mettre en oeuvre lorsque le paramètre est une combinaison linéaire (par exemple un contraste) entre moyennes parentes (comparaisons à 1 d.l.) ; l'importance pratique de ce cas particulier nous a amenés à y consacrer un article (Réf. 1975). Dans ce cas, les termes qui interviennent sont les mêmes que ceux qui interviennent dans le calcul de la statistique de test t (cf. chapitre V), à savoir d : (écart observé) et $\frac{s}{\sqrt{n}}$ (erreur expérimentale), mais ces termes sont combinés différemment.

La distribution fiduciaire est centrée sur l'écart observé d ; sa caractéristique d'échelle est donnée par $\frac{s}{\sqrt{n}}$ et sa forme est celle d'une variable t_v (t de Student à v d.l.). Il est commode de regarder cette distribution comme celle d'une variable "fiduciaire", qu'on notera δ^* , ce qui conduira à écrire : $\delta^* = d + \frac{s}{\sqrt{n}} t_v$.

La figure 2 représente les deux distributions fiduciaires relatives aux effets (de groupe) $B/A \times c_1$ et $A.B/C$ (avec $C = C_2$). A partir de ces distributions, on pourra calculer les limites fiduciaires ℓ avec une garantie donnée (dans ce qui suit, nous prendrons $\gamma = 0.90$), qui permettront d'examiner si des conclusions inférentielles en termes d'effet notable ou négligeable peuvent être atteintes.

Par exemple, pour $B_2/A \times c_1$, nous avons considéré que l'effet observé $d = -34.6$ ms était notable ; pour examiner si on peut prolonger cette conclusion descriptive en conclusion fiduciaire, avec la garantie 0.90, on recherchera la limite fiduciaire unilatérale ℓ telle que la probabilité fiduciaire que l'effet parent δ^* soit inférieur à ℓ , soit égale à 0.90.

On trouve ici : $\ell = -26$, donc on écrira : $P^*(\delta^* < -26) = 0.90$, ce qui pourra s'énoncer : "Avec la garantie fiduciaire $\gamma = 0.90$, l'effet $B/A \times c_1$ est inférieur à -26 ms". Si maintenant on considère que la valeur 26 ms correspond elle-même à un effet notable (ce qui pourra ici être regardé comme raisonnable), on aura donc pu, dans le cas présent, prolonger la description descriptive en une conclusion inférentielle d'écart notable. Sinon, le résultat conduirait à suspendre le jugement inférentiel concernant la conclusion d'écart notable, faute d'une précision expérimentale suffisante.

Pour l'effet $A.B/C$, nous avons considéré que l'effet observé $d = -7$ ms était négligeable ; on recherchera donc cette fois la limite supérieure ℓ d'un intervalle centré autour de 0 (ou limite fiduciaire absolue), telle que la probabilité fiduciaire que la valeur absolue $|\delta^*|$ soit inférieure à ℓ soit égale à 0.90. On trouve ici $\ell = 16$, ce qu'on écrira : $P^*(|\delta^*| < 16) = 0.90$. Cette fois, il apparaîtra beaucoup plus douteux que la conclusion descriptive d'effet négligeable peut être prolongée inférentiellement ; en effet, pour que ce prolongement puisse être effectué, il faudrait qu'on puisse considérer que la valeur 16 ms constitue un écart négligeable par rapport au schéma additif (absence d'interaction). Dans le cas présent, l'expérimentaliste pourra apprécier que cette valeur est trop élevée, ce qui amènera ici à suspendre le jugement inférentiel concernant l'acceptabilité du schéma additif, faute d'une précision expérimentale suffisante.

De nombreuses autres analyses fiduciaires ont été effectuées sur les "données H & B", qu'on trouvera rassemblées dans la Réf. 1977b. On a notamment effectué des analyses individuelles, dont certaines sont reproduites dans le tableau IV, qui donne, pour chaque sujet, la limite fiduciaire absolue correspondant à l'effet d'interaction individuel $A.B/C$. La méthode fidu

ciaire a permis également (moyennant des procédures plus élaborées) d'aboutir à des énoncés synthétiques du type suivant : "avec la garantie fiduciaire $\gamma = .90$, au moins 90 % des effets d'interaction individuels sont compris entre -43 et 43 ms". Nous pensons que ce genre de résultat est particulièrement bien adapté à toute une gamme de situations de psychologie expérimentale, qui portent, comme l'expérience analysée ici, sur l'investigation de mécanismes de nature essentiellement individuelle (rappelons l'arrière-plan théorique de cette expérience évoqué au chapitre II), mais pour lesquelles on ne peut se limiter à des analyses individuelles si l'on veut que les conclusions soient fondées sur une précision expérimentale suffisante (cf. nos commentaires sur les niveaux d'analyse, au chapitre IV).

D'une manière générale, après une expérience de plusieurs années (depuis 1974) d'application des méthodes fiduciaires à des données diverses, surtout expérimentales (mais pas exclusivement : cf. la Réf. 1976d pour une application à des données appartenant au domaine de l'éducation), nous tenons à considérer que ces méthodes peuvent fournir un prolongement bien utile aux méthodes inférentielles usuelles. Naturellement, la méthodologie fiduciaire est plus "exigeante" que celle des tests de signification, puisque elle requiert de l'utilisateur, pour conduire à des interprétations "exploitables", l'appréciation de ce que peut constituer un effet "notable" ou "négligeable" ; mais le gain qui est la contrepartie de cette exigence apparaît considérable, alors que la "facilité" des tests, qui ne requièrent pas une telle appréciation, n'est sans doute qu'un aspect de leur superficialité (1).

Restent les problèmes de la mise en oeuvre effective des méthodes fiduciaires, c'est-à-dire de la mise en place de procédures "de routine" (comme on dit), notamment informatiques. A ce point, il est remarquable que nos travaux antérieurs, algébriques et informatiques, sur l'analyse des comparaisons, se trouvent avoir levé d'avance une grande partie de ces difficultés. Notamment, dans le cas de comparaisons à un seul d.l., pour un plan de structure $S \langle G \rangle * T$, il est immédiat de dériver la distribution fiduciaire à partir de l'effet observé d et du rapport F fourni par le programme VAR3 ; en effet, la formule $\delta^* = d + \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\nu}$ peut être réécrite (puisque

(1) Ce point est particulièrement souligné dans l'article récent de M. REUHLIN (1977) : Epreuves d'hypothèses nulles et inférence fiduciaire de psychologie) Journal de Psychologie, n° 3, 1977, 277-292.

$$|t| = \sqrt{F} = \frac{|d|}{s/\sqrt{n}} : \delta^+ = d + \frac{d}{\sqrt{F}} t_v \quad (\text{cette importante remarque est due à}$$

B. Lecoutre, 1977). Pour certaines situations plus complexes, d'autres programmes ont été rédigés (v. notamment J-M. Hoc, 1977) ; en tout cas, la constitution d'un ensemble de programmes, visant à constituer un instrument pratique d'analyse aussi complet que possible, constitue un objectif prioritaire de nos travaux en cours.

CHAPITRE VIII - AUTRES ILLUSTRATIONS

Dans ce chapitre, nous présenterons de nouvelles illustrations de l'analyse des comparaisons, afin de donner une idée de sa diversité et du degré de généralité de ses emplois.

ANALYSE D'UN EXEMPLE DE COCHRAN ET COX (1).

Nous prendrons ce que nous appellerons les "données Cochran et Cox" (dont nous adaptons légèrement la présentation) pour illustrer un paradigme expérimental extrêmement courant : la comparaison de 2 traitements avec cont balancement des ordres.

On a effectué une expérimentation en vue de comparer l'efficacité de deux types de machines à calculer, m1 et m2 : dix opérateurs (appelés ici les sujets, s1 à s10) ont exécuté la même séquence de calculs, successivement sur chacune des deux machines m1 et m2. Les sujets s1 à s5 ont travaillé d'abord (essai e1) avec la machine m1, puis (e2) avec la machine m2 ; les sujets s6 à s10 ont travaillé dans l'ordre inverse (m2 à l'essai e1, puis m1 à l'essai e2). Les résultats (temps d'exécution du calcul, en unités conventionnelles) sont les suivants :

	s1	s2	s3	s4	s5	s6	s7	s8	s9	s10
m1	30	22	29	12	23	21	22	18	16	23
m2	14	5	17	14	8	21	13	13	7	24

Comme facteurs décrivant le protocole, nous prendrons d'abord : S (Sujets :

(1) D'après Cochran et Cox (1958) *Experimental Design* - Cross-over design, p. 113.

dix modalités, s1 à s10) ; M ou M₂ (Machines : deux modalités m1 et m2, E ou E₂ (Essais : deux modalités e1 et e2). A ce facteur nous adjoindrons, pour des raisons qui apparaîtront plus loin, le facteur ordre O ou O₂, avec :

- o1 : machine m1 passée à l'essai e1 et machine m2 passée à l'essai e2 ;
- o2 : machine m2 passée à l'essai e1 et machine m1 passée à l'essai e2.

Questions et demandes d'analyse

La question principale ici posée aux données sera : "Examiner l'effet du facteur Machine" ; la question secondaire : "Examiner l'effet du facteur Essai". Du point de vue des objectifs de la recherche, le facteur Machine sera donc considéré comme principal, et le facteur Essai comme secondaire. Cela d'ailleurs n'implique nullement qu'on s'attende à ce que l'effet du facteur Essai soit peu important ; les deux ordres ont été contrebalancés précisément afin de parer à l'éventualité d'un effet même important du facteur Essai ; nous y reviendrons.

Les facteurs M et E sont croisés ; du point de vue des niveaux d'analyse, on sera donc conduit, en ce qui concerne le facteur secondaire Essai, à examiner seulement son effet global (moyenné sur le facteur M), noté E ou E/M.

En ce qui concerne le facteur principal Machine, on pourra adopter l'une ou l'autre des décompositions suivantes :

(1) Soit examiner l'effet du facteur M séparément pour chacun des essais, d'où les 2 analyses M/e1 et M/e2.

(2) Soit examiner :

- l'effet global du facteur M : M ou M/E ;
- l'effet d'interaction des facteurs M et E : M.E ; d'où finalement

deux systèmes d'analyses planifiées envisageables :

$$(\mathcal{A}_1) \begin{cases} M/e1 \\ M/e2 \\ E \end{cases} \quad \text{et} \quad (\mathcal{A}_2) \begin{cases} M \\ E \\ M.E \end{cases}$$

Méthodologiquement, l'expérimentaliste donnera souvent la préférence à (A₁), surtout dans l'éventualité d'une différence importante entre les effets M/e1 et M/e2 (c'est-à-dire d'une interaction entre les facteurs M et E).

Dans ce qui suit, nous procèderons en détail aux analyses selon (\mathcal{A}_1), puis, à titre didactique, nous résumerons les analyses qu'on pourrait faire selon (\mathcal{A}_2).

Structure ensembliste

Du point de vue de la structure ensembliste : les facteurs S,M,E sont croisés 2 à 2 sans être croisés dans leur ensemble ; le plan engendré par S,M,E n'est donc pas un plan quasi-complet.

Pour se ramener à la structure de plan quasi-complet, on introduira ici un nouveau facteur : l'ordre (formellement, ce facteur jouera le rôle d'un facteur auxiliaire, ce qui n'empêche pas bien entendu que son interprétation directe soit très claire et qu'il puisse, le cas échéant, faire l'objet d'analyses pour lui-même). En effet, le facteur S est emboîté dans le facteur O (l'emboîtement S<O> étant équilibré, on pourra l'écrire $S_5<O_2>$), et chacun des deux facteurs composés :

$$\begin{cases} S_5<O_2>*M_2 \\ S_5<O_2>*E_2 \end{cases}$$

est un plan quasi-complet pour le protocole.

(Par contre, le plan à 4 facteurs S,O,M,E n'est pas quasi-complet).

N.B. : La décomposition correspondant aux analyses (\mathcal{A}_2) est confondue avec la décomposition canonique des effets de chacun des croisements O_2*M_2 et O_2*E_2 . En effet, pour chacun de ces croisements, l'effet global d'un facteur est confondu avec l'effet d'interaction des 2 autres, conformément au tableau suivant :

	$S<O_2>*E_2$	$S<O_2>*M_2$
M	O.E	M
E	E	O.M
M.E	O	O

Analyses descriptives

Le protocole dérivé $O*M_2$ obtenu par moyennage sur le facteur S<> est le suivant :

	m1	m2	
o1	e1 : 23.2	e2 : 11.6	17.4
o2	e2 : 20.0	e1 : 15.6	17.6
	21.6	13.6	

En marge, les moyennes globales pour chacune des modalités de O et de M ;
à quoi nous adjoindrons les moyennes globales pour chacun des 2 essais, soit:

pour e1 : $\frac{23.2 + 15.6}{2} = 19.4$ et pour e2 : $\frac{20.0 + 11.6}{2} = 15.8$.

A partir de ces moyennes, on pourra procéder aux analyses descriptives ;
selon la planification (A_1), on évaluera ainsi :

- L'effet du facteur Machine (à 2 niveaux) pour chacun des essais e1 et e2 :

$$M/e1 : 23.2 - 15.6 = 7.6$$

$$M/e2 : 20.0 - 11.6 = 8.4$$

(pour chacun des essais, on a donc un temps plus court, c'est-à-dire une performance meilleure avec m2 qu'avec m1) ;

- L'effet global (c'est-à-dire moyenné sur le facteur M) du facteur Essai également à 2 niveaux :

$$E/M \text{ ou } E : 19.4 - 15.8 = + 3.6$$

(la performance est globalement meilleure à l'essai e2 qu'à l'essai e1).

De plus, les deux effets M/e1 et M/e2 apparaissent descriptivement proches l'un de l'autre, ce qui justifiera ici qu'on résume l'évaluation de l'effet de M à partir de la moyenne des deux, c'est-à-dire de l'effet global, M_2 (ou M_2/E), même si l'effet du facteur Essai était jugé relativement important.

Cet effet global (c'est-à-dire moyenné sur les essais) du facteur M_2 vaut ici :

$$\text{ou encore : } \left. \begin{array}{l} M_2 \text{ ou } M_2/E : 21.6 - 13.6 \\ 1/2 [7.6 + 8.4] \end{array} \right\} = + 8.0$$

On soulignera, à ce propos, l'intérêt du contrebalancement : si l'on s'était contenté de l'ordre o1 : on aurait seulement pu évaluer l'effet du facteur M pour o1, c'est-à-dire : $M/o1 : 23.2 - 11.6 = 11.6$ (et la supériorité de m2

sur m_1 aurait alors été surestimée, car à l'avantage "propre" de m_2 on aurait ajouté l'avantage de "passer à l'essai e_2 " : $11.6 = 8.6 + 3.6$; et si, de même, on s'était contenté de l'ordre e_2 , on aurait trouvé M/e_2 : $20.0 - 15.6 = 4.4$ (en sous-estimant cette fois la supériorité de m_2 : $4.4 = 8.6 - 3.6$). [Bien entendu, l'effet global de M : 8.0 , est égal à $1/2 [11.6 + 4.4]$].

C'est ce qu'on exprime en disant que si on avait fait passer les deux machines dans le même ordre, l'effet du facteur Machines aurait été confondu (au sens technique du terme de confusion dans la théorie des plans d'expérience) avec le facteur Essais, rendant incertaine la conclusion relative au facteur Machine.

En conclusion, on pourra résumer les analyses descriptives de la façon suivante :

- les deux effets M_2/e_1 et M_2/e_2 apparaissent proches l'un de l'autre, et l'effet moyen M/E a pour amplitude + 8.0 ;
- l'effet global du facteur E a pour amplitude + 3.6 .

[Pour procéder aux analyses (\mathcal{A}_2) : on évaluerait comme plus haut l'effet global de E , puis directement l'effet global de M_2 ; enfin on évaluerait l'effet d'interaction $M_2.E_2$ (différence des 2 effets M_2/e_1 et M_2/e_2), soit $7.6 - 8.4 = -0.8$; ce dernier apparaît très faible et le résumé des analyses descriptives pourrait être le même qu'avec (\mathcal{A}_1)].

Structure statistique et analyses inférentielles

Pour procéder aux analyses inférentielles, aussi bien selon (\mathcal{A}_1) que selon (\mathcal{A}_2), on pourra partir de l'un ou l'autre des plans quasi-complets écrits plus haut, en introduisant la structure statistique consistant à considérer le facteur S comme un facteur de groupe.

Mais si l'on a choisi les analyses (\mathcal{A}_1), il sera plus simple, pour exploiter le langage des comparaisons, de partir du plan $S(O_2) * E_2$. En effet, la demande d'analyse M/e_1 (effet de M pour e_1) est équivalente à O/e_1 (effet de O pour e_1) (de même M/e_2 est équivalente à O/e_2).

Dans le cadre de ce plan, on pourra donc effectuer les analyses (\mathcal{A}_1) en examinant les comparaisons suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} O/e1 \\ O/e2 \text{ respectivement } \text{équivalentes à} \\ E \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} M/e1 \\ M/e2 \\ E \end{array} \right.$$

Dans l'Annexe (Données Cochran et Cox, sortie n° 2), on trouvera des extraits de sorties du programme VAR3 correspondant à ces analyses.

[Afin d'illustrer le langage des comparaisons du programme, on a fait également figurer dans la sortie beaucoup d'autres demandes d'analyses soit redondantes, soit non pertinentes dans le cas présent, mais qui pourraient être envisagées à propos de données analogues ; un commentaire sur ces sorties a été placé à la suite de celles-ci].

Les valeurs des rapports F correspondant aux comparaisons précédentes sont les suivantes (cf. sortie du programme VAR3) :

M/e1 : F = 2.93 avec 1 et 8 d.l.
M/e2 : F = 10.76 avec 1 et 8 d.l.
E : F = 3.08 avec 1 et 8 d.l.

Pour interpréter les rapports F en termes de test de signification, on recherchera (en consultant une table ou par le calcul) les valeurs critiques de la distribution F de Snedecor avec 1 et 8 d.l. ; on trouve ainsi : pour les seuils conventionnels les valeurs critiques F_{α} suivantes :

α	F_{α}
0.10	3.46
0.05	5.32
0.01	11.36

D'où les résultats : l'effet M/e1 n'est pas significatif (aux seuils conventionnels usuels ; par exemple, en désignant par p le seuil observé : $p > 0.10$) ; par contre, l'effet M/e2 est significatif au seuil $\alpha = 0.05$ ($p < 0.05$) ; enfin l'effet E n'est pas significatif ($p < 0.10$). Ces résultats conduiront aux conclusions suivantes :

- les données sont compatibles (aux seuils usuels) avec l'hypothèse nulle d'absence d'effet du facteur Machine pour l'essai e1 (dans la population parente des sujets) ;

- les données permettent de rejeter l'hypothèse nulle d'absence d'effet du facteur Machine pour l'essai e2 ;

- les données sont compatibles avec l'hypothèse nulle d'absence d'effet du facteur Essai.

On remarque la disparité des conclusions du test pour les 2 comparaisons relatives à l'effet Machine pour les essais e1 et e2.

Cette disparité tient au fait que les carrés moyens adjoints respectifs de O/e1 et O/e2 (notée S(G)/T' dans la sortie du programme) ont des valeurs très différentes, respectivement égales à 49.25 et 16.40 ; en d'autres termes, la précision expérimentale est moins élevée pour O/e1 que pour O/e2, d'où un rapport F moins significatif.

Ce point constitue une "divergence" avec les analyses descriptives qui conduisaient à rapprocher les deux effets ; mais bien entendu, il n'y a aucune contradiction puisque les analyses descriptives et les tests de signification renvoient à des critères d'évaluation différents.

Remarques :

1) Dans le cadre des analyses (\mathcal{A}_2) : on effectuerait comme ci-dessus le test de la comparaison E ; le test de la comparaison M (globale) s'effectuerait en demandant la comparaison O.E d'où $F = 15.22$ avec 1 et 8 d.l., significatif ($p < 0.01$) ; le test de l'interaction M.E s'effectuerait en demandant la comparaison O, d'où $F = 0.02$, non-significatif (cf. la sortie de l'Annexe).

2) Dans la structure S<G>*T du plan S<O₂>*E₂, le facteur G est confondu avec O et le facteur T avec E ; en conséquence, l'analyse canonique de la structure S<G>*T (qui dans le programme est effectuée automatiquement) conduit ici immédiatement aux résultats des analyses (\mathcal{A}_2).

3) On peut également envisager d'effectuer les analyses à partir du plan S<O₂>*M₂ ; cf. Annexe, "données Cochran et Cox", sortie n° 1, avec les commentaires comparant les analyses effectuées selon les deux plans.

Analyses fiduciaires

On peut prolonger les analyses en termes de tests de signification par des analyses fiduciaires, en reprenant les systèmes (\mathcal{A}_1) ou (\mathcal{A}_2). Pour chacun des effets étudiés (tous à 1 d.l.), la distribution de la variable fiduciaire δ^* relative à l'effet parent δ peut s'obtenir en combinant les valeurs de l'effet observé d et du rapport F (fourni par le programme VAR3) selon la formule écrite au chapitre VII).

Ainsi pour l'effet M_2/e_1 on aura :

$$\begin{aligned}\delta^* &= 7.6 + \frac{7.6}{\sqrt{2.93}} t [8] \\ &= 7.6 + 4.44 t [8]\end{aligned}$$

On trouvera de même pour l'effet M_2/e_2 :

$$\delta^* = 8.4 + 2.56 t [8]$$

et pour l'effet E_2 :

$$\delta^* = 3.6 + 2.05 t [8]$$

et de même pour l'effet global M_2 (ou M_2/E) :

$$\delta^* = 8.0 + 2.05 t [8]$$

et enfin pour $M.E$:

$$\delta^* = -0.8 + 5.97 t [8]$$

Ces distributions fiduciaires, qui pourront être représentées par des graphiques (comme les distributions présentées au chapitre précédent) permettront la recherche de conclusions inférentielles en termes d'écart notable ou négligeable (soit par un algorithme utilisable pour le calcul à la main, cf. Réf. 1975 p. 214 et 215 ; soit par un programme-machine, cf. Hoc, 1977).

On trouvera ainsi :

1) Recherche d'une conclusion d'écart notable pour les effets de M :

$$\text{pour } M_2/e_1 : P^*(\delta^* > 1.4) = 0.90$$

$$\text{pour } M_2/e_2 : P^*(\delta^* > 4.8) = 0.90$$

$$\text{pour } M_2/E : P^*(\delta^* > 5.1) = 0.90$$

(On remarque que la limite fiduciaire est plus élevée pour l'effet global M_2/E que pour M/e_2 , alors que les effets observés s'ordonnent dans le sens contraire ; ce résultat est dû à l'accroissement de la précision expérimentale quand on passe des effets conditionnels à l'effet global).

2) Recherche d'une conclusion d'écart négligeable pour l'effet de E :

$$P^*(|\delta^*| < 6.5) = 0.90.$$

Ces résultats appellent notamment les commentaires suivants : une conclusion fiduciaire d'écart notable pour l'effet global de M ne sera atteinte (avec la garantie $\gamma = 0.90$), que si un écart valant 5.1 est jugé notable ;

mais par ailleurs, une conclusion fiduciaire d'écart négligeable pour l'effet de E ne sera atteinte (avec la même garantie) que si un écart valant 6.5 est jugé négligeable. Avec la garantie $\gamma = 0.90$, on ne pourrait donc pas, dans le cas présent, atteindre simultanément les deux conclusions d'écart notable pour l'effet (global) des Machines et d'écart négligeable pour l'effet (global) du facteur Essai.

UN EXEMPLE D'ANALYSE DE DONNEES MULTIDIMENSIONNELLES

Nous présentons cet exemple parce qu'il porte sur des données de nature intermédiaire entre les données expérimentales et les données d'observation, et peut servir d'introduction à une utilisation combinée de diverses méthodes, notamment les méthodes fiduciaires et les procédures multidimensionnelles mises en oeuvre par le programme VAR4.

Dans la recherche rapportée dans la Réf. 1976d, nous avons réanalysé avec certaines de nos méthodes, en collaboration avec la spécialiste de psychologie différentielle qui avait procédé aux premières analyses, les données d'une enquête qui avait été effectuée par l'Institut National d'Orientation Pédagogique sur des élèves du CM 2 ; ces élèves avaient été divisés en 4 groupes en croisant les deux facteurs suivants, chacun à deux modalités :

- . Facteur Pédagogie (des mathématiques) : enseignement $\left\{ \begin{array}{l} \text{"traditionnel"} \\ \text{"moderne"} \end{array} \right.$;
- . Facteur Milieu (familial) $\left\{ \begin{array}{l} \text{"favorisé"} \\ \text{"défavorisé"} \end{array} \right.$

A partir de ces 2 facteurs, on peut définir 3 effets correspondant à chacun des 2 effets globaux des facteurs précédents, et à leur interaction. Les variables dépendantes examinées étaient des tests de développement intellectuel et de connaissance : 9 variables en tout (certains tests étant passés deux fois). On a d'abord examiné, pour chacune des 9 variables, l'effet des 3 sources de variation par les méthodes fiduciaires. On peut résumer l'ensemble des conclusions sous forme d'un tableau présentant, pour chacune des variables et pour chacune des 3 sources de variation, celles des conclusions fiduciaires (effet notable, ou effet négligeable) qui ont pu être atteintes avec la garantie $\gamma = 0.90$. Par exemple, pour la variable "test de combinatoire, deuxième passation", on a le résultat suivant, pour l'effet du facteur "Pédagogie" :

$$P^*(\delta^* > 0.58 s) = 0.90$$

ce qui s'interprète de la façon suivante : δ désigne la différence (dans la population) des 2 moyennes relatives aux modalités enseignement moderne et enseignement traditionnel ; c'est donc le paramètre sur lequel porte l'inférence : effet de la pédagogie ; s désigne l'écart-type observé intra-groupes. (Dans le cas présent, les effectifs des groupes étant suffisamment élevés, on peut considérer que s est une bonne estimation de l'écart-type de la population). L'énoncé précédent exprime qu'avec la garantie fiduciaire 0.90, on peut dire que l'effet δ est supérieur à 0.58 écarts-types, ou si l'on préfère, que $\zeta = \frac{\delta}{s}$ (effet "standardisé") est supérieur à 0.58.

Dans la mesure où une différence de moyennes supérieure au tiers de l'écart-type de référence intra sera généralement considérée comme notable d'un point de vue de psychologie différentielle, on pourra donc interpréter l'énoncé précédent comme une conclusion d'effet notable du facteur Pédagogie sur la variable examinée (le test de combinatoire) et conclure que l'enseignement "moderne" favorise apparemment la réussite à des épreuves de type combinatoire.

On peut également, avec des procédures multidimensionnelles telles que celles mises en oeuvre dans le programme VAR4, examiner les effets associés à des comparaisons portant sur plusieurs variables dépendantes prise à la fois.

Par exemple, pour chaque source de variation, on peut construire, à partir des effets individuels associés à chacune des 9 variables, un indice combinant l'effet des 9 variables et rechercher une conclusion fiduciaire globale pour cet indice. Si les variables étaient non-corrélées, on pourrait prendre comme indice global la moyenne quadratique des 9 effets, c'est-à-dire :

$$\left(\frac{1}{9} \sum_{p=1}^9 \zeta_p^2 \right)^{1/2} = \left(\frac{1}{9} \sum_{p=1}^9 \left(\frac{\delta_p}{s_p} \right)^2 \right)^{1/2}$$

Mais comme les variables sont corrélées, on pourra envisager, par exemple, l'indice suivant fondé sur la distance de Mahalanobis :

$$\zeta = \left(\frac{1}{9} \delta' S^{-1} \delta \right)^{1/2}, \text{ où } \delta \text{ représente le vecteur-colonne des 9 effets } \delta_p \text{ (et } \delta'$$

le vecteur-ligne transposé) et S la matrice des variances et covariances observée intra-groupes.

Un calcul qui nécessite d'une part, une inversion de matrice, d'autre part, une intégration numérique, mais qui ne soulève pas de difficulté conceptuelle nouvelle, par rapport à ceux rapportés plus haut pour chaque variable, conduit aux résultats suivants pour les 3 effets globaux :

$$\text{Pédagogie} : P^* (\zeta^* > 0.29) = 0.90$$

$$\text{Milieu} : P^* (\zeta^* > 0.21) = 0.90$$

$$\text{Interaction} : P^* (\zeta^* > 0.21) = 0.90$$

Ces résultats, interprétés comme les précédents, pourront être considérés comme constituant le résumé inférentiel le plus condensé de la recherche effectuée.

On peut également construire, à partir des variables initiales, une ou plusieurs "variables factorielles" (1) et chercher à évaluer l'effet de chacune des sources de variation vis-à-vis de ces nouvelles variables. Si on fait en sorte que les nouvelles variables soient non-corrélées, on pourra procéder à des analyses "variable par variable" qui pourront être jugées plus "signifiantes" que celles effectuées sur les variables initiales.

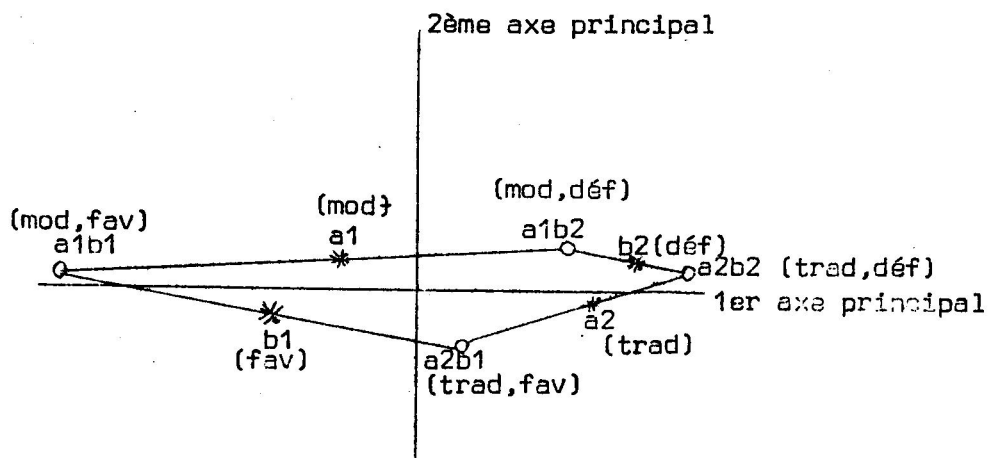
Ainsi, si dans l'enquête INOP on procède, après réduction des 9 variables, à une analyse en composantes principales, on obtient les résultats suivants pour chacune des 2 premières variables principales (lesquelles prennent respectivement en compte 51 % et 10 % de la variance totale) :

	1ère variable principale	2ème variable principale
Source de variation (entre les 4 groupes)	192	4
{ Effet de A (Pédagogie)	{ 86	{ 1
{ Effet de B (Milieu)	{ 104	{ 1
{ Interaction A.B	{ 2	{ 2

(1) Nous désignons ici par "variable factorielle" ce qu'on appelle communément "facteur" en analyse factorielle, afin d'éviter toute confusion avec le terme de facteur que nous avons utilisé dans ce texte avec le sens tout différent de "facteur du protocole".

Géométriquement, dans le plan principal (sous-espace de l'espace d'observation engendré par les deux premiers axes principaux), on peut représenter par des points les 4 groupes (barycentres des points individuels) et les 4 modalités des facteurs Pédagogie et Milieu, soit a1 (Pédagogie moderne), a2 (Pédagogie traditionnelle), b1 (Milieu favorisé), b2 (Milieu défavorisé), ces points étant eux-mêmes les barycentres des points représentant les groupes.

Le premier axe principal oppose Pédagogie moderne (a1) et Milieu favorisé (b1) d'une part, à Pédagogie traditionnelle (a2) et Milieu défavorisé (b2) d'autre part, Le 2ème axe principal oppose (dans une bien moindre mesure) Pédagogie moderne (a1) et Milieu défavorisé (b2) à Pédagogie traditionnelle (a2) et Milieu favorisé (b1).



Le fait que les deux facteurs A et B ont des effets descriptifs du même ordre de grandeur au niveau du plan principal se traduit sur la figure par le fait que le parallélogramme a1,b1,a2b2 n'est pas très éloigné d'un rectangle ; l'importance de l'interaction se traduit par l'écart du quadrilatère a1b1,a2b1,a2b2,a1b2 à la forme du parallélogramme.

On observera que puisque les barycentres de points d'un même espace appartiennent au même espace, les proximités des points de type a_i et de type b_j (bien que représentant des éléments d'ensembles "de natures différentes") s'interprètent directement (sans transformation métrique) sur le graphique : il s'agit donc ici d'une véritable représentation simultanée et non pas de la superposition de graphiques appartenant à des espaces différents.

EN GUISE DE CONCLUSION

Dans ce texte nous avons essayé d'illustrer comment en développant l'analyse des comparaisons, nous avons cherché à fournir à des expérimentalistes des instruments statistiques mieux centrés sur leurs objectifs, fondés théoriquement et commodes à mettre en oeuvre pratiquement ; nous rappelons maintenant les caractéristiques principales de l'analyse des comparaisons :

- du point de vue théorique, la primauté de l'approche algébrique, avec son double aspect ensembliste (conduisant notamment au langage des formules) et linéaire (notion formalisée de comparaison) ;

- du point de vue méthodologique, l'accent mis sur la notion d'analyse locale, aussi bien dans la phase d'exploration des données que dans celle des "analyses fines" (ensemble planifié d'analyses approfondies, généralement inférentielles) ;

- du point de vue pratique, la réalisation de programmes-machine fondés sur un système de demandes d'analyse qui découle directement de la théorie.

L'accueil qu'ont réservé, depuis deux ans (date de "lancement" du programme VAR3) un nombre croissant de chercheurs expérimentalistes à nos programmes, nous permet de penser que ceux-ci pourraient, dans des délais assez rapides, faire partie des "programmes de base" d'analyse statistique et par là, accréditer l'idée que des méthodes plus efficaces que les pratiques statistiques "usuelles" sont non seulement concevables en théorie, mais aussi tout à fait praticables.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES SUR L'ANALYSE DES COMPARAISONS

- Réf. 1968 H. ROUANET, J. ROGALSKI, D. LEPINE,
Algèbre linéaire et formalisation de la
notion de comparaison, "*Mathématiques et
Sciences Humaines*", 24, 5-16.
- Réf. 1972-73 H. ROUANET, D. LEPINE,
Statistiques de groupe, groupes d'obser-
vation, "*Mathématiques et Sciences Humai-
nes*", 41, 31-36.
- Réf. 1970 H. ROUANET, D. LEPINE,
Comparaisons between treatments in a
repeated-measurement design ; ANOVA and
multivariate methods, "*British Journal of
Mathematical and Statistical Psychology*,
23,2, 147-163.
- (1975) J-M. HOC Note sur l'analyse de variance et l'infé-
rence fiduciaire, *Le travail humain*, 38,
2, 279-286.
- Réf. 1975 D. LEPINE, H. ROUANET,
Introduction aux méthodes fiduciaires :
inférence sur un contraste entre moyen-
nes, *Cahiers de Psychologie*, 18, 193-218.
- Réf. 1975-76 H. ROUANET, D. LEPINE, M-F. EHRLICH, P. MARQUER, R. PLAS,
Introduction aux procédures élémentaires
d'analyse descriptive des données : pré-
sentation à partir d'un exemple, *Bulletin
de Psychologie*, XXIX, 212-221.
- Réf. 1976a D. LEPINE, H. ROUANET, M-O. LEBEAUX,
L'analyse des comparaisons systématiques
dans un plan à un facteur aléatoire
(structure $S \langle G \rangle * T$) ; introduction au pro-
gramme VAR3 ("*brochure verte*", ronéotée ;
VI + 52 pages, sans indication de date).

- Réf. 1976b H. ROUANET, D. LEPINE,
Structures linéaires et analyse des comparaisons, *Mathématiques et Sciences Humaines*, 56, 5-46.
- Réf. 1976c H. ROUANET,
L'analyse statistique des données expérimentales ; introduction à une approche algébrique, Communications au *Colloque international DGRST-CNRS : "Informatique et Sciences Humaines"*, Marseille, décembre 1975 (à paraître avec les Actes du Colloque, collection 10/18).
- Réf. 1976d H. ROUANET, D. LEPINE, J. PELNARD-CONSIDERE,
Bayes-fiducial procedures as practical substitutes for misplaced significance testing : a application to educational data. Communication à l'"International Symposium for Educational Testing", Montreux, 1975 ; in D.N.M. de Gruijter and L.J.Th. Van der Kamp (Eds) : *Advances in Psychological and Educational Measurement*, J. Wiley and Sons, 33-50.
- Réf. 1976e H. ROUANET, D. LEPINE,
A propos de l'"Analyse des données" selon Benzécri (suivi d'une "lettre de Commentaires de J-P. Benzécri), *Année Psychologique*, 78, 133-144.
- (1976) V. DUQUENNE,
Un programme de description de données, *Cahiers de Psychologie*, 19, 109-118.
- Réf. 1977a D. LEPINE,
Facteurs et plans :
I - Structure de finesse, *Mathématiques et Sciences Humaines*, 57, 5-26.
II- Plans quasi-complets, *Mathématiques et Sciences Humaines*, 58, 1977, 5-24.
- Réf. 1977b H. ROUANET, D. LEPINE, D. HOLENDER,
Model acceptability and the use of Bayes-fiducial methods for validating models in J. REQUIN (Ed), *Attention and Performance VII*, Hillsdale : Lawrence Erlbaum Associates, Inc., sous presse.

- Réf. 1977c H. ROUANET, C1 de Psychologie générale : documents pour le cours de statistique (1977-78) :
- Réf. 1977d H. ROUANET, Compte-rendu de fin d'études sur la recherche : méthodes fiduciaires d'analyse des données expérimentales (contrat DGRST n° 75.7.0454, ACC "*Informatique et Sciences Humaines*"). Document ronéoté.
- (1977) V. DUQUENNE, Représentation optimale d'un plan quasi-complet, colloque IRIA "*Analyse des données et Informatique*", 297-302.
- (1977) J-M. HOC L'inférence fiduciaire comme méthode d'analyse de données. *Colloque IRIA, Analyse des données et informatique*, 291-296.
- (1977) B. et M-P. LECOUTRE, Analyse d'une expérience d'apprentissage incident (ronéoté, 27 pages), à paraître.
- (1977) B. LECOUTRE, Note sur le calcul de la distribution fiduciaire pour une inférence sur un contraste entre moyennes, *Cahiers de Psychologie*, sous presse.
- (1977) M. WAISEROT, Distributions de formes quadratiques de variables multinormales : application au plan S<G>*T (mémoire DEA, ronéoté).

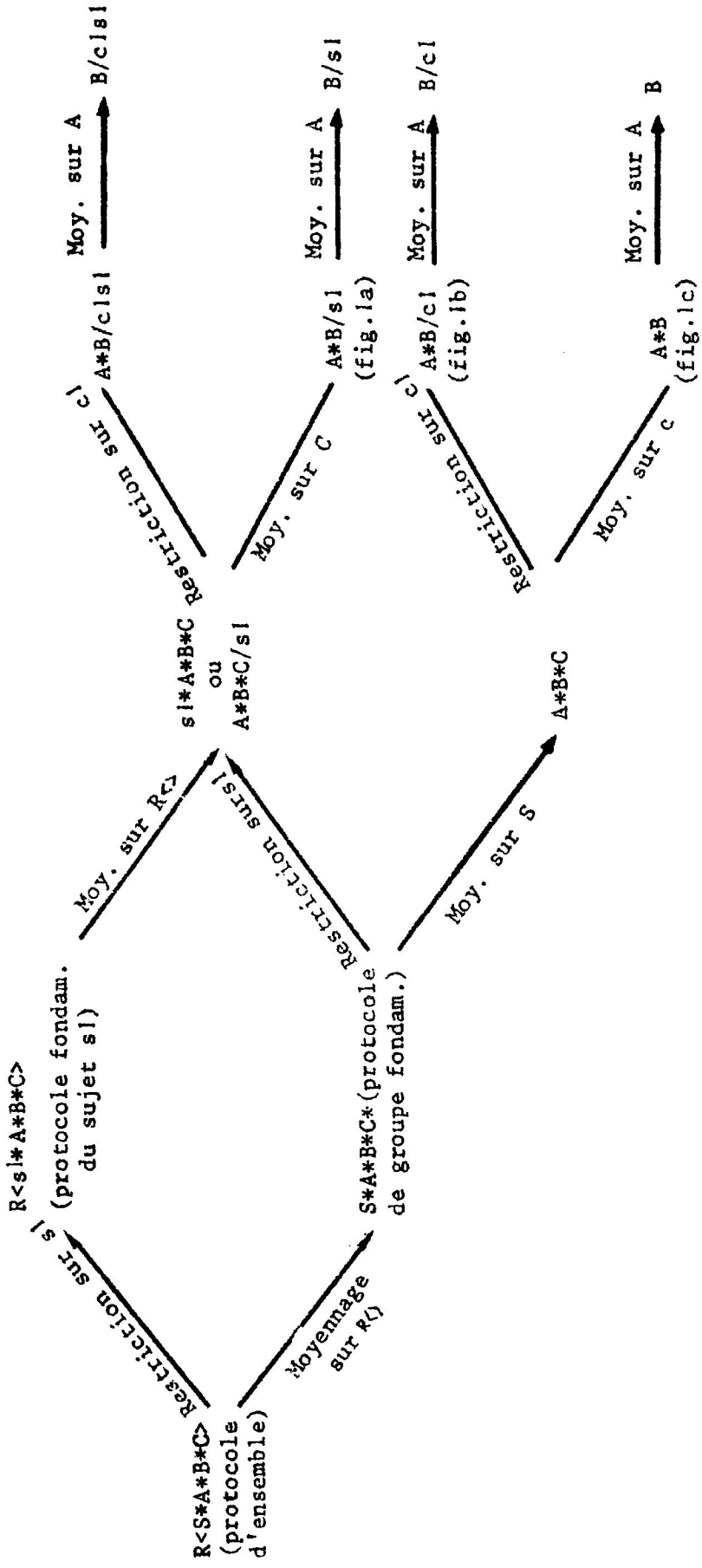


Tableau II - Quelques chaînes de dérivation envisageables à partir du protocole d'ensemble $R\langle S*A*B*C \rangle$

Tableau III - Exemples de questions et de demandes d'analyse, et caractérisation des effets (en posant $C = C_2$) selon les critères d'évaluation suivantes :

d : effet observé (en millisecondes) ;
 t : statistique de test (pour les analyses individuelles, le nombre de d.l. est très élevé) ;
 (pour A.B/C) ℓ : limite fiduciaire absolue (en millisecondes).

		Protocole de groupe fondamental S*A*B*C	Protocole individuel fondamental (sujet s1) R<A*B*C*s1>
questions	B/A*c1	B/A*c1*S $\begin{cases} d = - 34.6 \\ t = - 5.22 \text{ (11 d.l.)} \end{cases}$	B/A*c1*s1 $\begin{cases} d = - 16.2 \text{ (définition)} \\ t = - 1.42 \text{ (équipondérée)} \end{cases}$
	A.B/C	A.B/C*S $\begin{cases} d = - 7.4 \\ t = - 1.29 \text{ (11 d.l.)} \\ \ell = 16 \end{cases}$	A.B/C*s1 $\begin{cases} d = + 3 \\ t = + 0.17 \\ \ell = 26 \end{cases}$

Tableau IV - Analyses individuelles de l'effet d'interaction A.B/C (avec $C = C_2$) selon les trois critères d'évaluation du tableau III, ci-dessus).

n° sujet	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
d	+3	+6	+7	+9	+11	-12	-22	-24	+25	-29	-29	-35
t	+0.17	+0.36	+0.33	+0.55	+0.61	-0.63	-1.72	-1.44	+1.53	-1.55	-1.50	-1.47
ℓ	26	31	35	32	34	36	38	45	46	52	53	66

TABLEAU V : Contrastes et comparaisons sur $J_{12} = A_2 * B_2 * C_3$
 n° 1 à 5' : cas équilibré
 1(P) à 5(P) : cas pondéré (pour le sujet s1)

n° du contraste	comparaisons engendrées										
	a1 b1 c0	a2 b1 c0	a1 b1 c1	a2 b1 c1	a1 b2 c1	a2 b2 c1	a1 b1 c2	a2 b1 c2	a1 b2 c2	a2 b2 c2	
n° 1	0	0	1	1	-1	-1	0	0	0	0	$\left. \begin{array}{l} B/c1 \\ \text{ou } B(c1) \\ B/c2 \\ \text{ou } B(c2) \end{array} \right\} B(c1 \ c2)$
n° 1'	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	0	
n° 2	0	0	0	0	0	0	1	1	-1	-1	
n° 3	0	0	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	
n° 3'	0	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	
n° 4	0	0	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	$\left. \begin{array}{l} B/c1 \ c2 \\ A/c1 \ c2 \end{array} \right\}$
n° 5	0	0	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	
n° 5'	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	
n° 1(P)	0	0	$\frac{71}{95}$	$\frac{24}{95}$	$-\frac{70}{93}$	$-\frac{23}{93}$	0	0	0	0	
n° 2(P)	0	0	0	0	0	0	$\frac{72}{96}$	$\frac{24}{96}$	$-\frac{72}{95}$	$-\frac{23}{95}$	
n° 3(P)	0	0	$\frac{71}{191}$	$\frac{24}{191}$	$-\frac{70}{188}$	$-\frac{23}{188}$	$\frac{72}{191}$	$\frac{24}{191}$	$-\frac{72}{188}$	$-\frac{23}{188}$	$\left. \begin{array}{l} B/c1 \ c2(P) \\ A/c1 \ c2(P) \end{array} \right\}$
n° 4(P)	0	0	$\frac{71}{285}$	$\frac{24}{94}$	$\frac{70}{285}$	$-\frac{23}{94}$	$\frac{72}{285}$	$-\frac{24}{94}$	$\frac{72}{285}$	$-\frac{23}{94}$	
n° 5(P)	0	0	$\frac{71}{143}$	$-\frac{24}{48}$	$-\frac{70}{142}$	$\frac{23}{46}$	$\frac{72}{143}$	$-\frac{24}{48}$	$-\frac{72}{142}$	$\frac{23}{46}$	

Temps de réaction en millisecondes

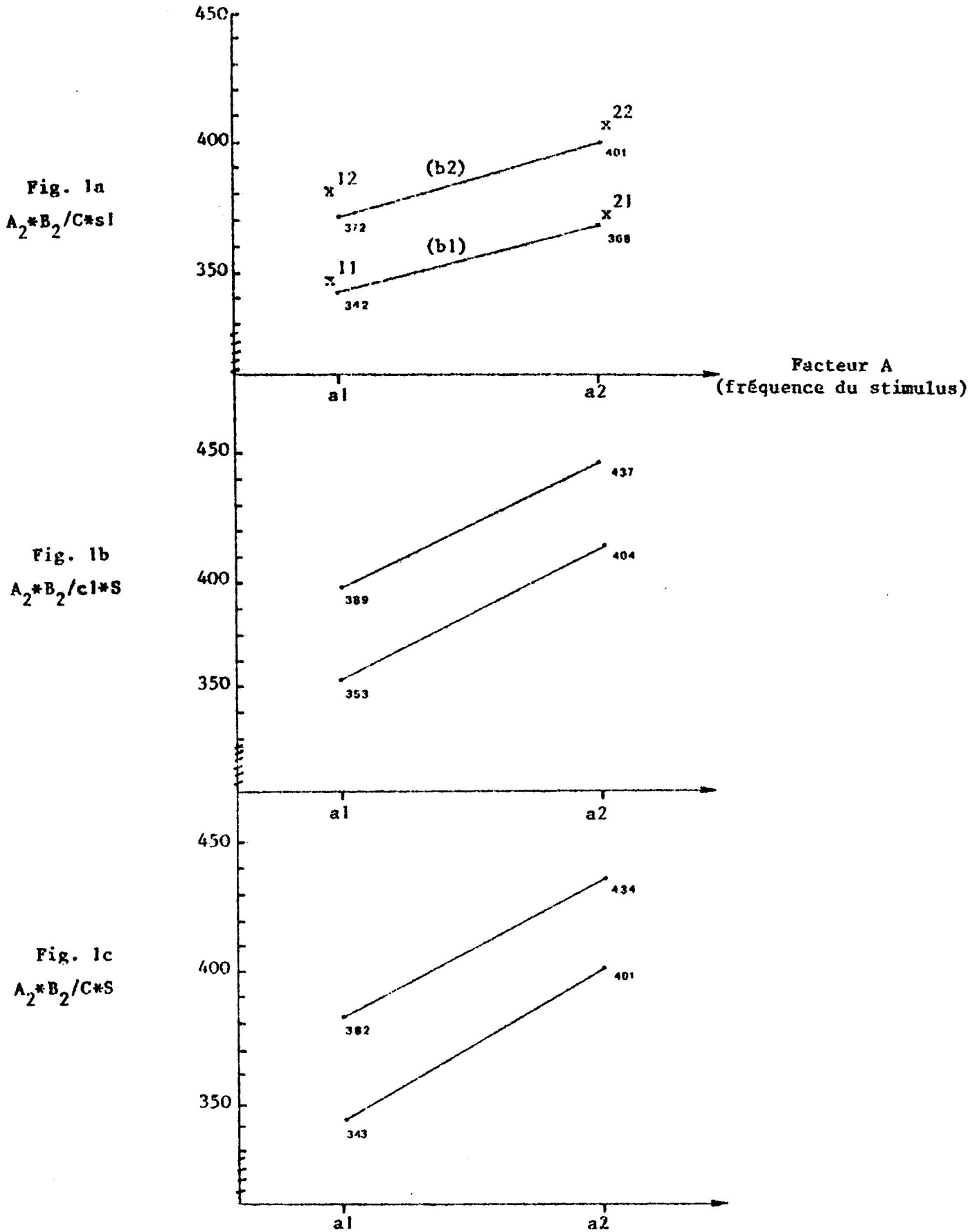
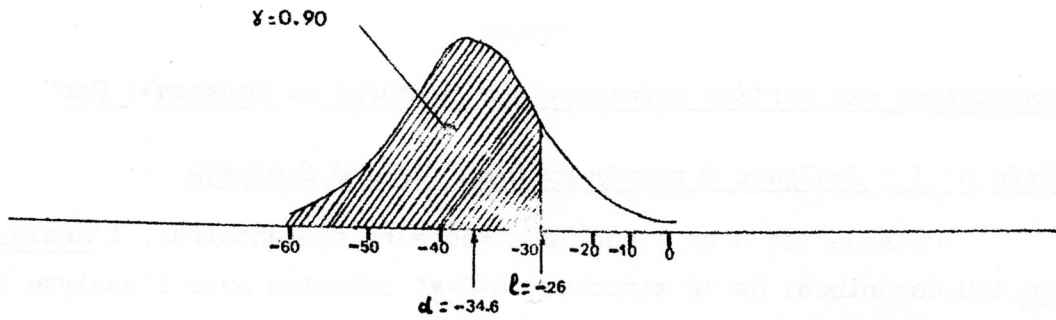
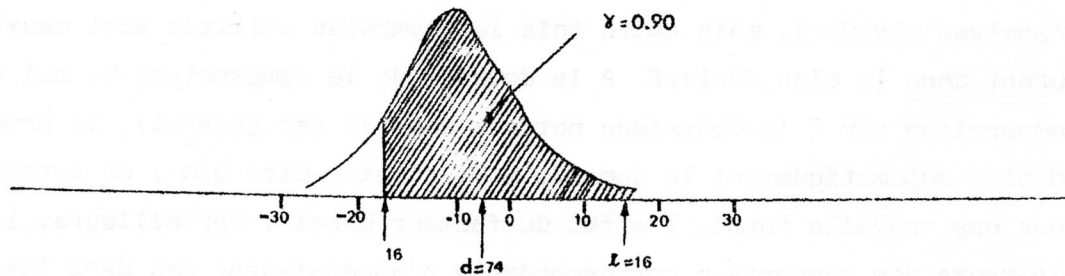


Figure 1 : Données de Holender & Bertelson : trois protocoles dérivés relatifs au croisement $A_2 * B_2$ des deux facteurs expérimentaux, avec A_2 , fréquence du stimulus ($a1$ fréquent, $a2$ rare) ; B_2 , période préparatoire ($b1$ courte, $b2$ longue), et $C = C_2$, sessions expérimentales ($c1$ et $c2$).



Effet B/A*c1 : $\delta^* = -34.6 + 6.63 t_{[11]}$

$P^* (\delta^* < -26) = 0.90$



Effet A.B/C : $\delta^* = -7.4 + 5.72 t_{[11]}$

$P^* (|\delta^*| < 16) = 0.90$

Figure II : Distributions fiduciaires pour les effets B/A*c1 et A.B/C (analyse de groupe) et limites fiduciaires de garantie $\gamma = 0.90$.

Commentaires aux sorties relatives aux "données de Cochran & Cox"

Sortie n° 1 : Analyses à partir du plan déclaré $S<O2>*M2$

Puisque ici G et T sont des facteurs élémentaires, l'analyse standard (ou canonique) de la structure $S<G>*T$ coïncide avec l'analyse du plan déclaré, donc permet de répondre aux questions qui portent sur les effets globaux de chacun des deux facteurs systématiques, à condition de retraduire les symboles génériques G et T dans les termes de l'expérience ; il suffit donc de remplacer G par O, et T par M ; enfin, on obtient l'effet du facteur Essai E en remarquant que cet effet est ici confondu avec l'interaction O.M, c'est-à-dire ici G.T.

Parmi les analyses locales figurent d'abord les demandes : O, M, O.M, qui constituent les reformulations des questions déjà examinées avec l'analyse standard, mais cette fois les symboles utilisés sont ceux qui figurent dans le plan déclaré. A la demande de la comparaison M, qui est une comparaison sur T (comparaison notée W dans le cas général), le programme a adjoint automatiquement la demande G.W, c'est-à-dire O.M ; on retrouve encore sous une nouvelle forme, l'effet du facteur Essai . Par ailleurs, les dénominateurs des rapports F correspondants n'apparaissent pas dans les sorties, car l'analyse des formules par le programme conduit celui-ci à utiliser l'un ou l'autre des dénominateurs $CM_{S(G)}$ ou $CM_{S(G).T}$ de l'analyse standard.

Dans les demandes d'analyse suivantes, on a conditionné soit par une modalité de M, soit par une des modalités de O. Ainsi, la demande O/M1 concerne l'effet du facteur Ordre pour (restreint à) la machine M1, c'est-à-dire la comparaison de la machine M1 passée en premier avec cette même machine passée en second ; on peut donc l'interpréter comme l'effet du facteur Essai pour la machine M1.

Cette demande est une demande sur G conditionnelle à une partie stricte T (ici M1) de T ; en conséquence, le programme prend comme carré-moyen adjoint le carré-moyen correspondant à cette partie stricte $CM_{S(G)/T}$, (ce carré-moyen, qui n'appartient pas à l'analyse canonique de la structure $S<G>*T$, apparaît dans la sortie). (De même, pour la demande O/M2). La demande O(M1), qui se lit : "O à l'intérieur de M1" est équivalente à la demande O/M1.

La formule $C(M)$ correspond à la somme (orthogonale) des deux comparaisons $O(M1)$ et $O(M2)$ (l'orthogonalité entraîne l'additivité non seulement des d.l. mais des inerties). (On observe ici qu'en constituant le carré-moyen adjoint à cette somme, le programme "retrouve" le $CM_{S(G).T}$ mais ne le "reconnaît" pas en tant que CM canonique et le fait donc apparaître dans la sortie). On a ensuite demandé O/M pour illustrer le fait que cette demande est équivalente à O (et non pas à $O(M)$).

Les demandes suivantes portent sur le facteur Machines. La demande M/O1 concerne l'effet du facteur M pour l'ordre O1 ; il s'agit cette fois d'une demande sur T conditionnelle à une partie stricte G' (ici O1) de G, donc le programme envisage deux carrés-moyens adjoints : le carré-moyen intra-S pour la partie G' ($S(G').T$) qui conduit au rapport F1 et le carré-moyen intra-S global ($S(G).T$), déjà calculé dans l'analyse standard, qui conduit au rapport F2.

Rappelons que les conditions de validité du test F2 sont plus strictes que celles du test F1, et qu'elles impliquent l'homogénéité des deux variances estimées par les deux carrés moyens $S(G').T$ associés respectivement à M/O1 et M/O2 ; étant donné l'écart important entre ces deux CM, on préférera ici conclure à partir du test plus valide fondé sur $F1 = 10.98$. La demande M/O2 appelle des commentaires analogues. On a demandé ensuite la comparaison M(O) qui est la somme (orthogonale) des comparaisons M/O1 et M/O2.

Finalement, on a formulé la demande O1M1, O2M2, qui concernerait la comparaison des machines à l'essai E1 ; mais cette demande n'est pas acceptable par le programme, car il s'agit d'une comparaison entre parties qui ne sont ni des parties de G ni des parties de T. Le programme envoie un diagnostic d'erreur et passe à la demande suivante, qui correspond à la même question mais formulée cette fois à partir d'une entrée par vecteurs (demande spécifique). Cette fois le programme calcule la SC et le CM, mais comme il s'agit d'une comparaison spécifique, il calcule un rapport F fondé sur $CM_{S(G)(T)}$. Un dénominateur plus approprié sera obtenu en recherchant, dans le tableau des inerties, les inerties correspondant à O1M1 et O2M2, d'où le CM correspondant : $\frac{1}{8} (206.+187.2) = 49.25$ et $F = \frac{144.40}{49.25} = 2.93$.

Analyses à partir du plan déclaré S<O2>*E2

L'analyse standard de la structure S<G>*T apporte les mêmes résultats que la précédente, à condition d'intervertir T et G.T.

Les analyses locales sont calquées sur les analyses précédentes en remplaçant M par E. Les demandes E/O1, E/O2 et E(O) conduisent à des résultats respectivement identiques à ceux des demandes M/O1, M/O2, M(O) de la première analyse.

Les demandes O/E1 et O/E2 conduisent à des résultats qui n'avaient pas pu être demandés par formules dans la première analyse.

(Pour O/E1 on retrouve les résultats auxquels on était parvenu indirectement).

```

*****
*
* ANALYSE DES COMPARAISONS - PROGRAMME VAR3 - STRUCTURE S<G> * T - 1975 -*
*
* M.O. LEBEAUX -
* D. LEPINE - 28 RUE SERPENTE-75006 PARIS
* H. ROUANET - BUREAU 519-SORBONNE-12 RUE CUJAS-75005 PARIS
*
*****

```

DONNEES HOLENDER ET BERTELSON :PROTCOLE DE GROUPE FONDAMENTAL (SORTIE N°1)

PLAN S12*A2*B2*C2

FACTEUR G A 1 MODALITE(S)
 FACTEUR T A 8 MODALITE(S)
 NOMBRE DE MODALITES DE S PAR MODALITE DE G 12-

TABLEAU DES DONNEES

```

*****
*      A 1      A 2      A 1      A 2      A 1      A 2      A 1      A 2
*      B 1      B 1      B 2      B 2      B 1      B 1      B 2      B 2
*      C 1      C 1      C 1      C 1      C 2      C 2      C 2      C 2
*****
S  1  * 357.704 388.708 372.043 406.739 326.292 347.833 371.236 394.304
S  2  * 368.056 431.958 432.347 504.087 341.181 407.348 392.183 463.130
S  3  * 387.181 454.083 437.653 496.042 367.556 465.591 405.845 525.833
S  4  * 321.069 336.227 343.127 368.318 310.648 344.095 333.971 375.842
S  5  * 357.394 366.708 394.069 411.208 338.278 366.273 380.333 421.696
S  6  * 387.493 434.708 415.986 472.667 356.958 419.375 409.282 439.273
S  7  * 333.278 362.478 358.306 390.478 327.222 399.227 366.611 391.609
S  8  * 316.875 375.174 340.814 391.667 311.310 395.174 369.900 413.826
S  9  * 336.472 346.273 340.347 421.000 326.056 377.217 333.000 363.652
S 10  * 344.111 430.143 352.069 393.174 329.704 401.174 354.817 414.208
S 11  * 344.704 408.304 416.887 479.136 331.239 421.000 408.833 442.842
S 12  * 385.903 509.625 464.271 512.682 317.153 440.286 384.500 512.783

```

TABLEAU DES TOTAUX ET DES MOYENNES

```

*****
*      A 1      A 2      A 1      A 2      A 1      A 2      A 1      A 2
*      B 1      B 1      B 2      B 2      B 1      B 1      B 2      B 2
*      C 1      C 1      C 1      C 1      C 2      C 2      C 2      C 2
*****
* 4240.2400 4844.3890 4667.9190 5247.1980 3983.5970 4784.5930 4510.5110 5158.9980
* 353.3533 403.6991 388.9933 437.2665 331.9664 398.7161 375.8759 429.9165

```

TABLEAU D'ANALYSE DE LA VARIANCE ET RAPPORTS F -

DONNEES HOLENDER ET BERTELSON :PROTOCOLE DE GROUPE FONDAMENTAL (SORTIE N°2)

PLAN S12*A2*B2*C2

SOURCE DE VARIATION*	INERTIE	* D.L.	* CARRE MOYEN *	RAPPORTS F	

(MOYENNE)	*14599607.1680 *	1	*14599607.1680 *	F = 1605.42	
Analyse de la structure S<G>*T	*	*	*	(1- 11)	
S * T	* 246558.8198 *	95	* 2595.3560 *	F = 30.87	
T	* 108029.4788 *	7	* 15432.7827 *	(7- 77)	
S	* 100033.7116 *	11	* 9093.9738 *	F = 18.19	
(Source adjointe maximale)	*	*	*	(11- 77)	
S . T	* 38495.6293 *	77	* 499.9432 *	→ DENOMINATEUR COMMUN A TOUS LES RAPPORTS F"	

Analyses locales planifiées :					
A.B/C	* 327.7428 *	1	* 327.7428 *	F' = 1.68	F" = 0.66
	*	*	*	(1- 11)	(1- 77)
S.W	* 2151.7317 *	11	* 195.6120 *		
B/A*C1	* 14368.9650 *	1	* 14368.9650 *	F' = 27.24	F" = 28.74
	*	*	*	(1- 11)	(1- 77)
S.W	* 5803.2938 *	11	* 527.5722 *		
B/A*C2	* 16924.4987 *	1	* 16924.4987 *	F' = 42.70	F" = 33.85
	*	*	*	(1- 11)	(1- 77)
S.W	* 4359.7968 *	11	* 396.3452 *		
Analyse standard (décomposition cano-*					
nique de G*T selon le plan déclaré)					
A	* 72210.6285 *	1	* 72210.6285 *	F' = 59.39	F" = 144.44
	*	*	*	(1- 11)	(1- 77)
S.W	* 13375.4611 *	11	* 1215.9510 *		
B	* 31241.2030 *	1	* 31241.2030 *	F' = 47.30	F" = 62.49
	*	*	*	(1- 11)	(1- 77)
S.W	* 7266.1457 *	11	* 660.5587 *		
C	* 3290.5920 *	1	* 3290.5920 *	F' = 4.50	F" = 6.58
	*	*	*	(1- 11)	(1- 77)
S.W	* 8039.7948 *	11	* 730.8904 *		
A.B	* 327.7428 *	1	* 327.7428 *	F' = 1.68	F" = 0.66
	*	*	*	(1- 11)	(1- 77)
S.W	* 2151.7317 *	11	* 195.6120 *		
A.C	* 737.3465 *	1	* 737.3465 *	F' = 4.53	F" = 1.47
	*	*	*	(1- 11)	(1- 77)
S.W	* 1792.3360 *	11	* 162.9396 *		
B.C	* 52.2607 *	1	* 52.2607 *	F' = 0.20	F" = 0.10
	*	*	*	(1- 11)	(1- 77)
S.W	* 2896.9449 *	11	* 263.3586 *		
A.B.C	* 169.7054 *	1	* 169.7054 *	F' = 0.63	F" = 0.24
	*	*	*	(1- 11)	(1- 77)
S.W	* 2973.2152 *	11	* 270.2923 *		
Analyse locale complémentaire:					
B(C)/A	* 31293.4637 *	2	* 15646.7319 *	F' = 33.87	F" = 31.30
	*	*	*	(2- 22)	(2- 77)
S.W	* 10163.0906 *	22	* 461.9587 *		
	*	*	*		

COCHRAN ET COX-CROSS OVER DESIGN-P.113 S<O>*M (SORTIE N°1)

PLAN S5<O2>*M2

FACTEUR G A 2 MODALITE(S)

FACTEUR T A 2 MODALITE(S)

NOMBRE DE MODALITES DE S PAR MODALITE DE G 5- 5-

SOURCE DE VARIATION*	INERTIE	* D.L.	* CARRE	MOYEN *	RAPPORTS F	
(MOYENNE)	* 6195.2000	* 1	* 6195.2000	* F = 138.83		
	* *	* *	* *	* (1- 8)		
S<G> * T	* 910.8000	* 19	* 47.9368	* *		
G * T	* 385.6000	* 3	* 128.5333	* *		
	* *	* *	* *	* *		
G	* .8000	* 1	* .8000	* F = .02		
	* *	* *	* *	* (1- 8)		
T	* 320.0000	* 1	* 320.0000	* F = 15.22		
	* *	* *	* *	* (1- 8)		
G . T	* 64.8000	* 1	* 64.8000	* F = 3.08		
	* *	* *	* *	* (1- 8)		
S(G)	* 357.0000	* 8	* 44.6250	* F = 2.12		
	* *	* *	* *	* (8- 8)		
S(G) . T	* 168.2000	* 8	* 21.0250	* *		
S(G) (T)	* 525.2000	* 16	* 32.8250	* *		
O	* .8000	* 1	* .8000	* F = 0.02		
	* *	* *	* *	* (1- 8)		
M	* 320.0000	* 1	* 320.0000	* F = 15.22		
	* *	* *	* *	* (1- 8)		
G.W	* 64.8000	* 1	* 64.8000	* F = 3.08		
	* *	* *	* *	* (1- 8)		
O.M	* 64.8000	* 1	* 64.8000	* F = 3.08		
	* *	* *	* *	* (1- 8)		
O/M1	* 25.6000	* 1	* 25.6000	* F = 0.85		
	* *	* *	* *	* (1- 8)		
S(G)/T'	* 240.8000	* 8	* 30.1000	* *		
	* *	* *	* *	* *		
O/M2	* 40.0000	* 1	* 40.0000	* F = 1.13		
	* *	* *	* *	* (1- 8)		
S(G)/T'	* 284.4000	* 8	* 35.5500	* *		
	* *	* *	* *	* *		
O(M1)	* 25.6000	* 1	* 25.6000	* F = 0.85		
	* *	* *	* *	* (1- 8)		
S(G)/T'	* 240.8000	* 8	* 30.1000	* *		
	* *	* *	* *	* *		
O(M)	* 65.6000	* 2	* 32.8000	* F = 0.74		
	* *	* *	* *	* (2- 8)		
S(G)/T'	* 357.0000	* 8	* 44.6250	* *		
	* *	* *	* *	* *		
O/M	* .8000	* 1	* .8000	* F = 0.02		
	* *	* *	* *	* (1- 8)		
S(G)/T'	* 357.0000	* 8	* 44.6250	* *		
	* *	* *	* *	* *		
M/O1	* 336.4000	* 1	* 336.4000	* F1 = 10.98 F2 = 16.00		
	* *	* *	* *	* (1- 4) (1- 8)		
S(G') . T	* 122.6000	* 4	* 30.6500	* *		
	* *	* *	* *	* *		
M/O2	* 48.4000	* 1	* 48.4000	* F1 = 4.25 F2 = 2.30		
	* *	* *	* *	* (1- 4) (1- 8)		
S(G') . T	* 45.6000	* 4	* 11.4000	* *		
	* *	* *	* *	* *		
M(O)	* 384.8000	* 2	* 192.4000	* F = 9.15		
	* *	* *	* *	* (2- 8)		
ERREUR 2 DANS LA COMPARAISON O1M1,O2M2	* *	* *	* *	* *		
O1M1,O2M2	V.* 144.4000	* 1	* 144.4000	* F = 4.40		
	* *	* *	* *	* (1- 16)		
	* *	* *	* *	* *		

COCHRAN ET COX-CROSS OVER DESIGN-P.113 S<O>*E (SORTIE N°2)

PLAN S5<O2>*E2
 FACTEUR G A 2 MODALITE(S)
 FACTEUR T A 2 MODALITE(S)
 NOMBRE DE MODALITES DE S PAR MODALITE DE G 5- 5-

SOURCE DE VARIATION*	INERTIE	* D.L. *	CARRE MOYEN *	RAPPORTS F	
(MOYENNE)	6195.2000	1	6195.2000	F =	138.83
				(1- 8)
S<G> * T	910.8000	19	47.9368		
G * T	385.6000	3	128.5333		
G	.8000	1	.8000	F =	.02
				(1- 8)
T	64.8000	1	64.8000	F =	3.08
				(1- 8)
G . T	320.0000	1	320.0000	F =	15.22
				(1- 8)
S(G)	357.0000	8	44.6250	F =	2.12
				(8- 8)
S(G) . T	168.2000	8	21.0250		
S(G) (T)	525.2000	16	32.8250		

O	.8000	1	.8000	F =	0.02
				(1- 8)
E	64.8000	1	64.8000	F =	3.08
				(1- 8)
G.W	320.0000	1	320.0000	F =	15.22
				(1- 8)
O.E	320.0000	1	320.0000	F =	15.22
				(1- 8)
O/E1	144.4000	1	144.4000	F =	2.93
				(1- 8)
S(G)/T'	394.0000	8	49.2500		
O/E2	176.4000	1	176.4000	F =	10.76
				(1- 8)
S(G)/T'	131.2000	8	16.4000		
O(E1)	144.4000	1	144.4000	F =	2.93
				(1- 8)
S(G)/T'	394.0000	8	49.2500		
O(E)	320.8000	2	160.4000	F =	3.59
				(2- 8)
S(G)/T'	357.0000	8	44.6250		
O/E	.8000	1	.8000	F =	0.02
				(1- 8)
S(G)/T'	357.0000	8	44.6250		
E/O1	336.4000	1	336.4000	F1 =	10.98
				(1- 4)
				F2 =	16.00
				(1- 8)
S(G').T	122.6000	4	30.6500		
E/O2	48.4000	1	48.4000	F1 =	4.25
				(1- 4)
				F2 =	2.30
				(1- 8)
S(G').T	45.6000	4	11.4000		
E(O)	384.8000	2	192.4000	F =	9.15
				(2- 8)