Université Paris Descartes / UFR de Mathématiques et Informatique
L3 MIA

Systèmes de Communication

Examen 2e session (1h30) - 22 juin 2009

Documents et téléphones interdits - calculatrices autorisées

Il est attendu la plus grande rigueur dans la rédaction des réponses, qui devront être claires, courtes et précises à la fois. *Les différentes parties peuvent être abordées dans l'ordre qui vous conviendra, mais les réponses à chaque partie ne devront pas être dispersées dans la copie. Vous trouverez en annexe quelques compléments éventuellement utiles.*

1 Questions de cours (7 points)

a) Enoncer le théorème de Shannon.

b) Dans le codage d'une trame MPEG-1, on attribue n_i bit par échantillon dans chaque bande i. Quelles contraintes bornent inférieurement et supérieurement les valeurs des n_i ? Quel problème peut survenir ?

c) Quel est le rôle du filtre adapté dans un récepteur ? Quel est son effet collatéral ?

d) Dans le codage de la parole au format GSM, les bits de classe Ia sont protégés par 2 codages de canal, ceux de la classe Ib sont par un seul codage et ceux de la classe II sont transmis sans codage de canal. Pourquoi ?

e) Dans un réseau UMTS, un utilisateur U_i transmet un message binaire vers sa station de base B, qui décode et transmet au destinataire. Le message binaire décodé est parasité par ceux de tous les utilisateurs U_j voisins utilisant le même code de channelization. Lors de l'émission d'un symbole binaire $a_i = \pm 1$, le symbole reçu par la station de base après démodulation, décodage selon le code de channelization et décodage selon le code de scrambling de U_i, est :

$$\tilde{a}_i = a_i + \sum_{j \neq i} a_j \frac{S^i.S^j}{S^i.S^i} \frac{U_i B}{U_j B}$$

où $a_j = \pm 1$ et S^k représente la séquence de Gold attribuée à l'utilisateur U_k comme code de scrambling. $S^i.S^j$ désigne le produit scalaire entre S^i et S^j. $U_k B$ désigne la distance entre l'utilisateur U_k et la borne B.

Expliquer pourquoi le terme d'interférence est négligeable.

f) Dans les systèmes de communications mobiles (GSM et UMTS), pourquoi entrelace-t-on les données après le codage de canal ?

2 Exercices

2.1 Comparaison de modulations (7 points)

Rappel 1- La probabilité d'erreur par élément binaire d'une modulation est de l'ordre de $Q(d_{min}/2\sigma)$, où σ^2 est la puissance du bruit du canal après filtrage par le filtre adapté, d_{min} est la distance minimale entre 2 symboles et Q est une fonction définie par :

$$Q : x \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} \mathrm{e}^{-z^2/2} \mathrm{d}z$$

Rappel 2- La distance entre deux points sur un cercle tel que représenté sur la figure 1 vaut $d = 2A \sin(\pi/M)$.

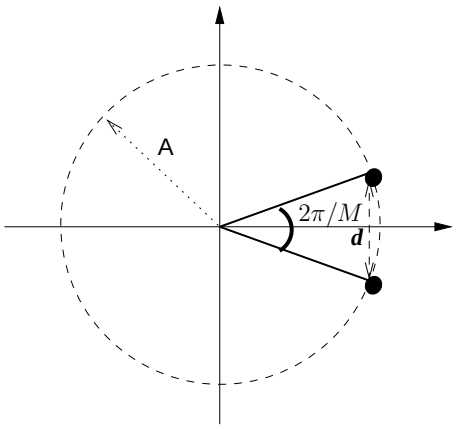


FIG. 1 –

Rappel 3- Dans une modulation de porteuse, l'énergie d'un symbole de coordonnées (x, y) et de durée T vaut $(x^2 + y^2)T/2$, ou $r^2T/2$, si l'on note r la distance du symbole à l'origine du repère.

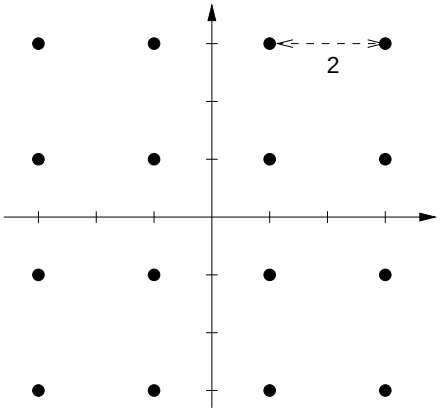


FIG. 2 – MAQ-16

a) Calculer l'énergie moyenne par symbole pour la MAQ-16 représentée sur la figure 2, puis la puissance moyenne de cette modulation.

b) Cette modulation permet-elle un codage de Gray ? Si oui, indiquez sur chaque symbole le mot binaire correspondant.

c) Soit une MDP-M (modulation de phase à M états) dont les symboles, de durée T, se répartissent uniformément sur un cercle de rayon A. Calculer l'énergie moyenne par symbole puis la puissance moyenne.

d) On suppose que la MAQ-16 et la MDP-M ont la même puissance d'émission. Quelle doit être la valeur de M pour que la probabilité d'erreur soit la même pour les deux modulations ? Vous pourrez vous aider de la table ci-dessous.

M	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\sin^2(\pi/M)$	0.5	0.345	0.25	0.188	0.146	0.117	0.095	0.079	0.067

e) Combien d'éléments binaires peut alors porter chaque symbole de la MDP-M ? Comment peut-on augmenter le nombre moyen d'éléments binaire par symbole ?

2.2 Codage de canal (4 points)

Soit un code en bloc linéaire $\mathcal{C}(5,3)$ défini par la matrice génératrice G suivante :

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La matrice de contrôle s'écrit donc :

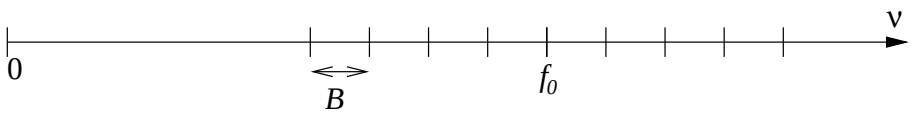
$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Construire l'ensemble des mots de code. Quelle est la distance minimale de ce code ?

c) On reçoit le mot $r = 10000$. Calculer le syndrôme. Y a-t-il une erreur ? Peut-on la corriger ? Si oui, corrigez-là, si non, expliquez pourquoi.

2.3 Multiplexage (4 points)

Un émetteur hertzien doit multiplexer et transmettre les données de plusieurs utilisateurs avec une modulation d'amplitude à 2 états (MDA-2). Les impulsions du modulant étant en cosinus surélevé, l'occupation spectrale pour un débit D est $B = (1 + \alpha)D$, où α est le facteur de retombée. La bande totale disponible est $8B$, autour d'une fréquence f_0.



a) Trois utilisateurs ont un débit $2D$ et deux ont un débit D. Dans le cas d'un multiplexage fréquentiel, indiquer, sur l'axe des fréquences positives, le partage de la bande de fréquence entre les 5 utilisateurs. (on ne demande pas de représenter le spectre)

b) On adopte un multiplexage par code, avec des codes OVSF (voir ci-dessous). Quels codes attribuer aux différents utilisateurs ? (justifier votre réponse). Si le nombre et le débit des utilisateurs change, quel est l'intérêt du CDMA par rapport au FDMA ?

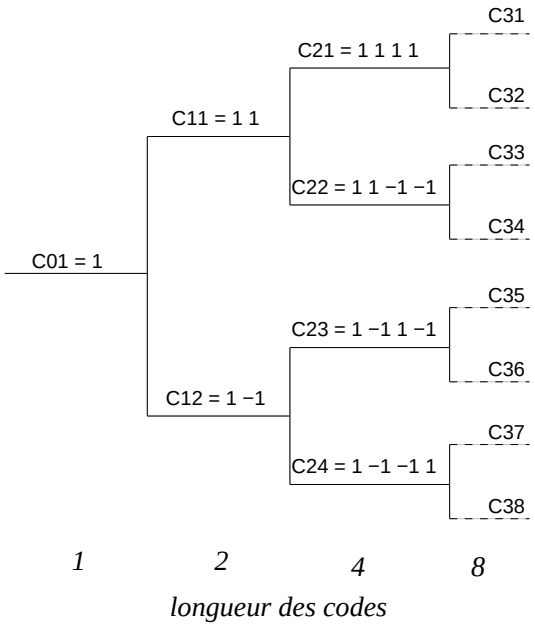


FIG. 3 – Arbre de codes OVSF.

3 Annexes

Codes correcteurs

Pour un code en bloc linéaire de distance minimale $d_{\min}$, le pouvoir de détection vaut $d_{\min} - 1$ et le pouvoir de correction $\lfloor \frac{d_{\min}-1}{2} \rfloor$.