

# M1 IPCC : Bases du Traitement du Signal

## TD1 : Séries et transformée de Fourier

### 1 Spectre d'un signal harmonique

Trouver l'expression temporelle du signal  $x(t)$  dont le spectre est représenté sur la figure ci-dessous.

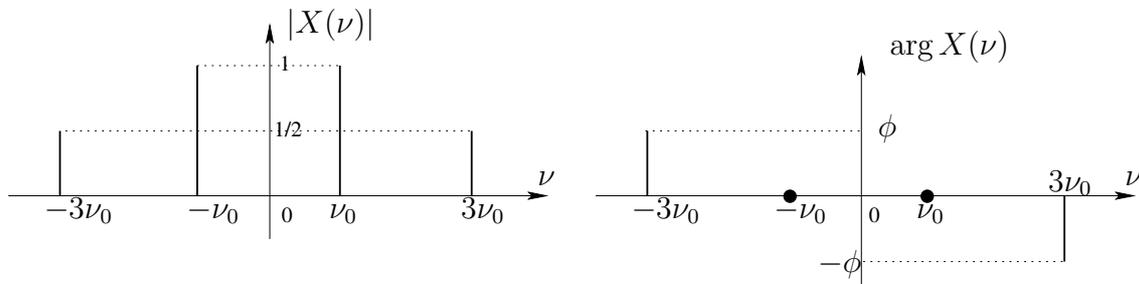


FIG. 1 – Spectres d'amplitude et de phase de  $x(t)$

### 2 Modulation d'amplitude

1) On souhaite transmettre un signal  $m(t)$  (parole, musique, données numériques, ...) de spectre  $M(\nu)$  borné de largeur  $B$ , par modulation d'une porteuse sinusoïdale  $p(t) = \cos(2\pi\nu_0 t)$ , telle que  $\nu_0 \gg B/2$ . La modulation est une modulation d'amplitude dite "à suppression de porteuse", *i.e.* le signal émis s'écrit :

$$s(t) = m(t)\cos(2\pi\nu_0 t) \quad (1)$$

Exprimer le spectre  $S(\nu)$  du signal  $s(t)$  en fonction du spectre  $M(\nu)$  de  $m(t)$  et dessiner le spectre d'amplitude.

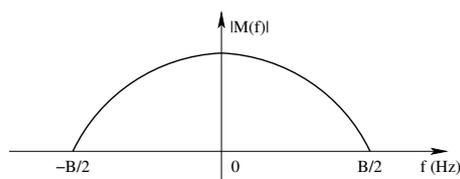


FIG. 2 – Spectre d'amplitude de  $m(t)$



2) Supposons que le signal  $m(t)$  soit de la parole téléphonique ( $B/2 < 4000\text{Hz}$ ) et le canal de transmission un câble de bande passante 1 Mhz, *i.e.* qui laisse passer des signaux dont le spectre est compris dans l'intervalle  $-/+ 1\text{ MHz}$ . Dans ce contexte, quelle application peut-on donner à la modulation ?

3) Supposons maintenant que le signal soit une émission de radio. Sachant que la dimension d'une antenne est du même ordre de grandeur que la longueur d'onde du signal émis, quel est un autre intérêt de la modulation ? Le son en qualité FM occupant une bande 0-15kHz, quel est l'écart minimal entre les porteuses de deux émetteurs AM pour éviter les interférences ?

4) A la réception, la démodulation permet de retrouver  $m(t)$  à partir du signal modulé  $s(t)$  (on suppose que le canal d'introduit pas de distorsion). On commence par multiplier  $s(t)$  par une sinusoïde  $p'(t) = \cos(2\pi(\nu_0 + \Delta\nu)t + \phi)$ . En supposant dans un premier temps que  $\Delta\nu = 0$  et  $\phi = 0$  (*i.e.*  $p'(t) = p(t)$ ), exprimer le spectre  $X(\nu)$  du signal  $x(t) = s(t)p'(t)$  en fonction de  $M(\nu)$ . Dessiner le spectre d'amplitude. Rappel :  $\cos^2(x) = \frac{\cos(2x)+1}{2}$ .

On dispose d'un filtre passe-haut, qui permet d'éliminer toutes les composantes fréquentielles comprises dans un intervalle  $[-\nu_c; +\nu_c]$ , la fréquence de coupure  $\nu_c$  étant arbitrairement choisie. Comment alors récupérer  $m(t)$  à partir de  $x(t)$  ? Que se passe-t-il si  $B/2 > \nu_0$  ?

5) L'oscillateur local qui génère  $p'(t)$  présente en pratique une erreur de phase ( $\phi \neq 0$ ) et une erreur de fréquence ( $\Delta\nu \neq 0$ ). Etudier l'influence sur le signal démodulé  $x(t)$  d'une erreur de phase, puis d'une erreur de fréquence.

## Sources

- A. Guérin-Dugué et P. Caspi,  
[http://www-verimag.imag.fr/~caspi/COURS/SLE/TD\\_Trans\\_Fourier\\_2004.pdf](http://www-verimag.imag.fr/~caspi/COURS/SLE/TD_Trans_Fourier_2004.pdf)
- A. Quinquis, "Signal déterministe, signal aléatoire : exercices et problèmes corrigés", Hermès, Paris, 1999.