

TD Filtrage numérique 2

1 Etude d'un filtre récursif du 1er ordre

Soit un filtre défini par l'équation suivante :

$$s(n) = a.s(n-1) + e(n)$$

où e et s désignent respectivement l'entrée et la sortie ($a \in \mathbb{R}$).

- 1) Donner la fonction de transfert $H(z)$. Quels sont les pôles et les zéros du filtre ? A quelle condition celui-ci est-il stable ?
- 2) Exprimer $H(z)$ en fonction de la réponse impulsionnelle $h(n)$. Sachant qu'une série géométrique de raison q de module strictement inférieur à 1 converge vers $\frac{1}{1-q}$, en déduire la valeur des coefficients $h(n)$
- 3) Dans le plan complexe (plan en Z), on note M et A les points correspondant respectivement à $e^{j2\pi f}$ et a (faire un dessin). Exprimer $|H(f)|$ en fonction de AM . En déduire l'allure du module de la réponse fréquentielle $|H(f)|$, selon le signe de a .

2 Analyse d'un filtre RII

1) Donner l'équation aux différences du filtre représenté sur la figure 1, puis calculer sa fonction de transfert.

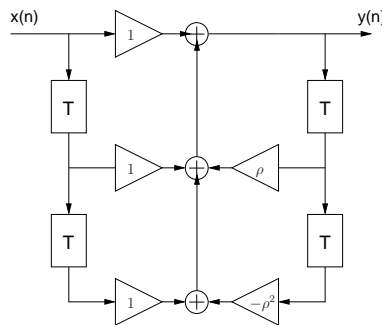


FIG. 1 – Filtre RII, structure directe

2) Calculer les pôles et les zéros de ce filtre. Les exprimer sous la forme $module.e^{jargument}$. A quelle condition est-il stable ?

3) On pose $\rho = 0,9$. Dessiner le diagramme pôles-zéros. En déduire l'allure de la réponse fréquentielle en module. Quel type de filtre a-t-on réalisé ? (passe-haut / passe-bas / ...)

4) Montrer que le filtre représenté sur la figure 2 a la même fonction de transfert que le filtre précédent. On pourra pour cela écrire l'équation aux différences liant $w(n)$ à $x(n)$ et celle liant $y(n)$ à $w(n)$, puis décomposer $H(z)$ de la manière suivante :

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{Y(z)}{W(z)} \cdot \frac{W(z)}{X(z)}$$

Cette structure est dite "canonique", la précédente est qualifiée de "directe". Quel est l'intérêt de la structure canonique ?

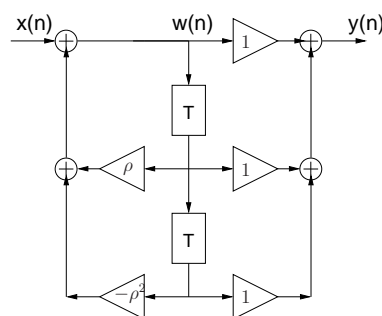


FIG. 2 – Filtre RII, structure canonique

Pour mieux visualiser la relation entre le diagramme pôles-zéros et la réponse fréquentielle, voir :

- <http://www.eas.asu.edu/dsp/grad/anand/demos.html>
- <http://tcts.fpms.ac.be/cours/1005-03/poleszeros.avi>