

Il s'agit ici de calculer le nombre de termes de la progression (n) quand on connaît la somme des termes (« le fruit ») (S), la raison (r), et le premier terme (a).

Le problème, ici, est beaucoup plus compliqué que dans les calculs précédents parce que, dans la formule qui permet de calculer la somme des termes de la progression, le nombre

des termes est au carré : $S = \frac{1}{2}(2a + (n - 1)r) \times n$.

La règle demande de multiplier cette somme par deux fois la raison et de lui ajouter le carré de la différence entre le premier terme et la moitié de la raison, ce qui produit, dans tous les cas, un carré :

$$\begin{aligned} 2Sr + \left(a - \frac{r}{2}\right)^2 &= (2a + (n - 1)r)nr + \left(a - \frac{r}{2}\right)^2 \\ &= 2anr + n(n - 1)r^2 + a^2 - ar + \frac{r^2}{4} \\ &= r^2\left(n^2 - n + \frac{1}{4}\right) + ar(2n - 1) + a^2 \\ &= r^2\left(n - \frac{1}{2}\right)^2 + 2ar\left(n - \frac{1}{2}\right) + a^2 \\ &= \left(r\left(n - \frac{1}{2}\right) + a\right)^2 \end{aligned}$$

La suite de la règle décrit comment obtenir n :

— on prend la racine : $r\left(n - \frac{1}{2}\right) + a$,

— on soustrait a : $r\left(n - \frac{1}{2}\right) = rn - \frac{r}{2}$,

— on ajoute la moitié de la raison : rn

— et on divise par la raison, ce qui donne le nombre de termes.